

Tensiones de contacto por el método de elementos finitos del acero AISI 1045 endurecido por rodillo^(*)

T. Fernández-Columbié*, I. Rodríguez-González*, D. Alcántara-Borges* y E. Fernández-Guilarte*.

Resumen

En el trabajo se analiza el estado tenso-deformacional mediante la simulación por el método de los elemento finitos del acero AISI 1045 deformado en frío empleando rodillo simple, para ello se utilizó el software ANSYS V.10. En el proceso de deformación se consideran las variables número de revolución, la fuerza compresiva y el avance de la herramienta, lo que permitió determinar las tensiones de contacto del material deformado. El diámetro del material empleado fue de 30 mm con una longitud de 100 mm. Para la observación de la microscopía óptica, se prepararon muestras de 30 mm de diámetro por 3 mm de espesor, las que fueron comparadas con los resultados obtenidos de la simulación. El estado tensional de las muestras deformadas se evaluó a partir de la reducción del tamaño promedio de los granos según la fuerza empleada. Con el desarrollo del trabajo se trata de demostrar que el empleo del método de endurecimiento en frío es una alternativa de endurecimiento superficial.

Palabras clave

Deformación plástica; Tensión; Deformación; Endurecimiento; Simulación.

Contact stress by the method of finite elements of the steel AISI 1045 hardened by roller

Abstract

In this paper, the tense-deformational behavior is analyzed by means of simulation using the finite element method for AISI 1045 cold rolled deformed steel. ANSYS V.10 software was used in this study. Revolution number, compressive strength and tool feed rate were the variables considered in the deformation process. They allowed determining the contact stress of the deformed material. The material used was 30 mm diameter and 100 mm length. Samples of 30 mm diameter and 3 mm thickness were prepared for the optical microscopic observation, which were compared to the results obtained from the simulation. The tensile status of the deformed samples was evaluated as from the reduction of the average size of the grains as per the strength applied. This study intends to show that the cold hardening method is a surface hardening option.

Keywords

Plastic deformation; Stress; Deformation; Hardening; Simulation.

1. INTRODUCCIÓN

No existe una única descripción matemática del método de los elementos finitos, ni en cuanto a su origen, ni en su formulación. Algunos autores sostienen que el modelo evoluciona de los principios variacionales, entendiendo al algoritmo de los residuos ponderados como uno más, sin embargo en la bibliografía consultada no se encontraron reportes relacionados con el análisis tenso deformacional por el método de los elementos finitos del acero AISI 1045 sometido a proceso de deformación empleando rodillo simple.

E. Alvarez *et al.*^[1], afirman que la deformación plástica superficial en frío es un método de endurecimiento de materiales que logra alta dureza, el aumento del grado de deformación está muy vinculado con la aparición del fenómeno de endurecimiento y a medida que el grado de deformación es mayor, son necesarias más tensiones para continuar deformando. Por tanto el aumento del grado de deformación en frío aumenta la resistencia del metal a la deformación.

Según S. Rose^[2], el proceso de deformación plástica superficial por rodillo simple, consiste en la elaboración de la superficie de una pieza, donde la pequeña deformación plástica originada por esta ope-

^(*) Trabajo recibido el día 07 de diciembre de 2010 y aceptado en su forma final el día 17 de enero de 2012.

* Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa, Holguín. Las Coloradas s/n, Moa, Holguín, Cuba. CP 83 329. Tel. 53 24 6 4476. Fax. 53 24 6 2290. E-mail: tfernandez@ismm.edu.cu, efguilarte@ismm.edu.cu, irgonzalez@ismm.edu.cu, dalcantara@ismm.edu.cu

ración desplaza del material los “picos, crestas o valles” y las microirregularidades superficiales dejadas después del torneado.

T. Gabb^[3], expone que durante la operación, el flujo de material, debajo de la capa deformada, ocurre bajo una presión controlada del rodillo, el cual excede el punto de fluencia de la superficie de la pieza no endurecida, donde se crea una capa de metal consolidada, que provoca el aumento de las propiedades funcionales en la superficie.

La magnitud de la deformación plástica, depende de la tensión al que es sometido el material deformado plásticamente, donde existen granos deformados plásticamente y otros granos que permanecen en estado elástico, los cuales necesitan más fuerzas para seguir la deformación. El nivel de tensionamiento del metal que no ha sido deformado plásticamente, lo caracterizan las tensiones residuales de primer género, lo que es consistente con C. Barret y B. Cullity^[4 y 5].

De acuerdo con los criterios de^[6 y 7], el acero AISI 1045 en las condiciones de rozamiento, acompañado de grandes presiones, tiene resistencia al desgaste y permite una deformación fácil en frío, posee alta tenacidad y plasticidad, al someterlo al proceso de deformación trae consigo un incremento en la fatiga residual compresiva interna y un considerable aumento en la dureza de la superficie.

Las tensiones residuales en los aceros, son causadas por la deformación de partes de la estructura cristalina interna del propio material.

Con el aumento del coeficiente de la fricción externa y de la superficie de contacto de la herramienta con la superficie en tratamiento, aumenta las irregularidades de la deformación plástica y como consecuencia un incremento del nivel de las tensiones remanentes y la profundidad de su difusión^[8].

El objetivo principal de este trabajo es relacionar las tensiones de contactos que surgen en el proceso de deformación en frío con rodillo simple con su microestructura, principalmente la disminución del tamaño del grano. Para esto fue creado un modelo numérico por medio del método de los elementos finitos (MEF). En una primera etapa del trabajo fueron realizados ensayos por la evaluación de las fuerzas de deformación, resultados que fueron posteriormente comparados con aquellos obtenidos por el método de los elementos finitos.

1.1. Análisis tenso - deformacional por el método de los elementos finitos

El término simulación infiere el estudio de un sistema mediante un modelo. La simulación, en general, es

el estudio de un sistema, o parte de dicho sistema, mediante el trabajo del modelo matemático o del modelo físico. La utilización del diseño de un modelo experimental se fundamenta entre otros aspectos, en cuatro reglas básicas según S. Hernández^[9].

- Disminuir el número de ensayos experimentales necesarias.
- Cambiar el valor de los factores de acuerdo con reglas.
- Utilizar en el procesamiento métodos matemáticos normalizados.
- Poseer una estrategia de trabajo por etapas.

En la actualidad, el método de la simulación ha sido muy generalizado y constituye una potente herramienta de cálculo numérico capaz de resolver cualquier problema formulable de la matemática, la física y la mecánica; permitiendo simular y realizar una gran cantidad de análisis en componentes y estructuras complejas, difícilmente calculables por los métodos analíticos tradicionales.

Con la simulación se puede obtener la resolución numérica de las ecuaciones matemáticas que describen el fenómeno estudiado con el uso de un ordenador. Por lo tanto, se puede asumir que la simulación es tan exacta como tantas sean las ecuaciones de partida y la capacidad de los ordenadores para resolverlas, lo cual fija límites a su utilización^[10].

Un programa de simulación es una pieza compleja de software en la que confluyen numerosas operaciones W. Alfaro^[11]. Por este motivo suelen estar divididos en subsecciones, cada una de las cuales efectúan una operación determinada. Sin embargo, el tema no se limita al puro cálculo. La preparación de los datos y el análisis de los resultados numéricos que aparecen como producto del cálculo, son elementos que están integrados al software. Así pues, un paquete de cálculo de simulación consta de un procesador, en el cual se incluyen todas las ayudas a la preparación de los datos y que generan los archivos de resultados, y un postprocesador que facilita el análisis e interpretación de los resultados, generalmente en forma de gráfica mediante trazado de curvas, gráficos tridimensionales, tablas.

El método de los elementos finitos tiene su origen en los años cincuenta, cuando ingenieros adaptan el análisis variacional aplicado a los medios continuos las estructuras discretizadas con elementos. Sin embargo, pronto se dieron cuenta de la potencialidad de este método en aplicaciones muy variadas: análisis térmico, estudio de dinámica de fluidos, campos electromagnéticos^[12 y 13].

En su trabajo H. Huang *et. al*^[14], describen un método de los elementos finitos componiendo una

compilación de tres procesos: la formula variacional de Rayleigh-Ritz, el recubrimiento del entorno de integración con intervalos compactos e interconectados por los nodos y la aplicación del algoritmo de residuos ponderados

En el caso específico del análisis tenso-deformacional de elementos sometidos a la acción de cargas dinámicas, el método permite la determinación de los componentes y la determinación del estado deformacional en ciertos puntos característicos. Este tipo de análisis permite acotar la deformación del objeto de estudio y localizar zonas altamente solicitadas o zonas de baja sollicitación.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

2. 1. Regímenes para la deformación plástica superficial por rodillo

La magnitud del endurecimiento por deformación en frío y el nivel de las tensiones en la capa superficial dependen de la fuerza (P), del número de revoluciones (n), del avance (S), de la geometría de la herramienta, de la pieza y las propiedades iniciales del material en tratamiento.

La fuerza de compresión actúa sobre toda la zona de contacto de forma distribuida y uniformemente a lo largo del sector, según L. Korotcishe^[8] se determina por la ecuación (1):

$$\sigma_{pr} = a^3 \sqrt{\frac{P_p \cdot E}{R_2^2}} \quad (1)$$

$$a = \frac{1}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}} \quad (2)$$

Donde:

- a: Radio de contacto circular del rodillo y la pieza; mm
- P_p: Esfuerzo en el rodillo; N.
- R²: Radio de la superficie de endurecimiento de la pieza; mm.
- R₁; R₃: Radios de la sección de trabajo del rodillo, mm.

En la figura 1 se observa la ubicación de los radios de la pieza y el rodillo para la deformación plástica superficial.

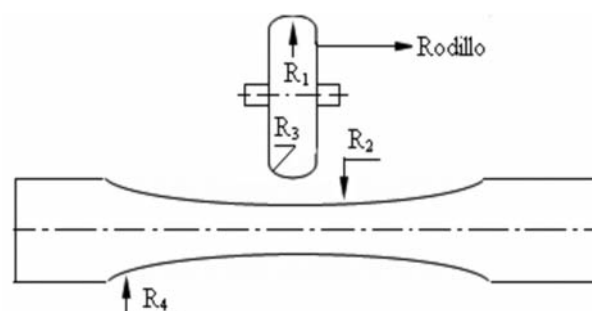


Figura 1. Radios de curvaturas del rodillo y de la pieza.

Figure 1. Radius of bends of the roller and of the piece.

El carácter de la distribución de las tensiones creadas en la zona de contacto y de su influencia sobre el efecto de endurecimiento, del nivel y el carácter de distribución de las tensiones remanentes se puede determinar según L. Korotcishe^[8] por la siguiente ecuación (3):

$$P_p = 12,5 \cdot \sigma_T \frac{d_{eje}^2}{100} \quad (3)$$

Donde:

- P_p: Fuerza ejercida por el rodillo sobre el material; N.
- σ_T: Máxima tensión del material a la tracción; N/mm².
- d_{eje}: Diámetro de la pieza; mm.

En consideración con^[8], la dependencia del esfuerzo y de la resistencia del material, la profundidad del endurecimiento ante el tratamiento por rodillo se determina como (Ec. (4)):

$$h = \sqrt{\frac{P}{2 \cdot \sigma_T}} \quad (4)$$

Donde:

- h: Profundidad de la capa endurecida; mm.
- P: Fuerza ejercida por la herramienta; N.

Con el aumento del coeficiente de la fricción externa y de la superficie de contacto del rodillo con la superficie de tratamiento, aumentan las irregularidades de la deformación plástica y como consecuencia el nivel de las tensiones, así como la profundidad de su difusión. Las tensiones surgen durante la compresión mutua de dos cuerpos en contacto bajo la acción

de una fuerza externa estando el material en un estado tensional volumétrico al no poderse deformar libremente en esta zona, originándose tensiones de contacto que según B. Cullity, V. Belozarov *et. al*^[15 y 16], se calculan por la siguiente ecuación como (Ec. (5)):

$$\sigma_{\text{máx}} = 0,245 \cdot n_p \cdot \sqrt[3]{FnE^2 \cdot \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}^2 \quad (5)$$

Donde:

- $\sigma_{\text{máx}}$: Tensiones máximas en el área de contacto; MPa
- Fn: Fuerza sobre la zona de contacto; N.
- $R_{1, 2, 3, 4}$: Radios de curvatura del rodillo y la pieza respectivamente; mm
- E: Módulo de elasticidad de la pieza; MPa
- n_p : Coeficiente de seguridad de pandeo que depende de la relación: $\frac{R_1 \cdot R_2}{2 \cdot R_2 + R_1}$

Durante la deformación plástica con rodillo, el material sometido a este proceso, se logra el apilamiento de sus granos por el aplastamiento de los mismos, lo que permite incrementar su dureza. Las tensiones de aplastamiento se consideran uniformemente distribuidas sobre todo el área y esta puede determinarse como (Ec. (6)):

$$a_{\text{máx aplast}} = \alpha \cdot \sqrt[3]{P \cdot E^2 \frac{d_1 + d_2}{d_1 \cdot d_2}}^2 \quad (6)$$

Donde:

- $s_{\text{máx aplast}}$: Tensión máxima de aplastamiento; MPa
- α : Coeficiente que depende de la relación A/B.

En el caso de la deformación y materiales con diferentes dureza, para las superficies de estos cuerpos en contactos se analiza la relación, A/B, esto depende de los radios de curvatura principales de los cuerpos para las curvaturas máxima y mínima, situada en dos planos mutuamente perpendiculares.

A. Bower *et. al*^[17], consideran, que teniendo en cuenta el carácter de la deformación, las características operacionales, las condiciones de carga establecidas, se valora el comportamiento de las tensiones locales, las cuales aparecen en los lugares de transmisión de la presión de un cuerpo a otro, formándose un área de contacto circular que se considera el área reducida para las deformaciones por fluencia.

La ecuación (7) permite determinar los esfuerzos y las deformaciones teniendo en cuenta el radio del rodillo para la mayor carga de trabajo.

$$r = 12,5 \cdot \sqrt{\frac{p}{E} \cdot \frac{d_1 \cdot d_2}{d_1 + d_2}} \quad (7)$$

Donde:

- r: Radio del área del contacto circular; mm².
- P: Fuerza o carga de trabajo; N.
- $d_{1, 2, 3, 4}$: Diámetro de la pieza y del rodillo respectivamente; mm.

2.2. Análisis microestructural

Se empleó un microscopio óptico binocular marca NOVEL modelo NIM – 100, que está dotado de una cámara instalada el hardware IMI.VIDEOCAPTURE.exe, el cual refleja la micrografía en el ordenador. La muestra de la figura 2, con dureza de HB 170 y un tamaño de grano 5 (ASTM E 112), se corresponde con la estructura metalográfica del centro de la muestra patrón del acero AISI 1045 deformado plásticamente.

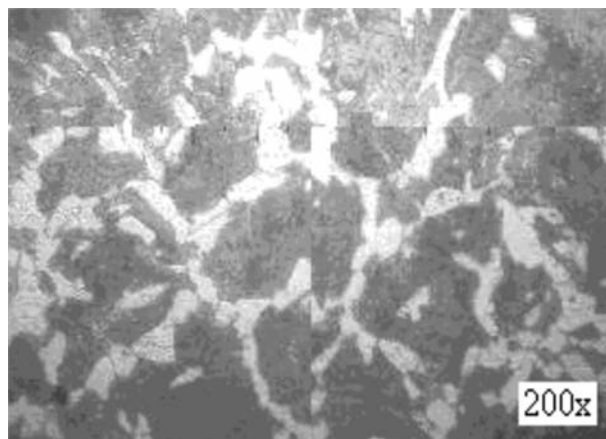


Figura 2. Estructura ferrítica - perlítica del acero AISI 1045.

Figure 2. Structures ferritic-pearlitic of the steel AISI 1045.

2.3. Desbaste y pulido

Se emplearon lijas del tipo No 180, 400 y 600. Para el acabado final se utilizó un paño de fieltro grueso,

usando como sustancia abrasiva, óxido de cromo. Una vez pulida las probetas se lavaron con agua destilada, secándose con papel de filtro, se volvieron a lavar con tetracloruro de carbono, se emplearon las técnicas de ataque manual por inmersión y ataque químico.

Se aplicó el ataque por inmersión de las muestras durante cinco segundos con el reactivo nital, al 4 % (mezcla de 5 ml de ácido nítrico (HNO₃) y 100 ml de etanol.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1. Análisis de los regímenes para la deformación plástica superficial por rodillo

La magnitud del endurecimiento por deformación en frío dependerá del esfuerzo (P), por otro lado el radio de la superficie de endurecimiento de la pieza depende de los diámetros y profundidad con que se trabaje, en el caso que se analiza los radios obtenidos según la figura 1, el valor de los mismos según la ecuación (2) es de 0,13 mm.

Sustituyendo los resultados de la ecuación (2) en la ecuación (1), se calculó las tensiones de proporcionalidad según las fuerzas aplicadas, los resultados aparecen en la tabla I.

La menor magnitud de tensión obtenida con fuerza de 500 N, es el esfuerzo mínimo necesario para que se produzca el desplazamiento de los átomos en la estructura del acero AISI 1045, pero al incrementar gradualmente la fuerza, la aleación fluirá deformándose plásticamente.

En la red cristalina, los átomos se encuentran en posiciones de mínima energía, el deslizamiento exige que un átomo pase de una posición de equilibrio a la siguiente, habrá un deslizamiento de las cristalitas en la red cristalina, lo que consolida los cristales de todos los granos en el agregado, fenómeno que conduce a la obtención de un grano más fino.

Las tensiones creadas en la zona de contacto calculada por la ecuación (3) para una fuerza de 500 N, que es la mínima fuerza ejercida por el rodillo sobre el acero AISI 1045 y con un diámetro de 30 mm y una $\sigma_T = 430 \text{ N/mm}^2$, se obtiene un valor de 484 MPa, el cual establece la presión necesaria para el comienzo de la deformación del material, al incrementar gradualmente la fuerza, la aleación fluirá deformándose plásticamente.

En la tabla II se muestran los resultados de la capa endurecida según las diferentes fuerzas calculada por la ecuación (4), las tensiones máximas (Ec. (5)), las tensiones máximas de aplastamiento (Ec. (6)).

Para la profundidad de la capa deformada el aumento de la fuerza de rozamiento incrementa el efecto de la deformación plástica, a la misma vez que la penetración del rodillo es desde 0,7 mm hasta 1,7 mm, esto conducirá a la fatiga residual interna

Tabla I. Tensiones de proporcionalidad para las distintas fuerzas

Table I. Stresses of proportionality for the different forces

Fuerza (N)	σ_{pr} (MPa)
500	293,45
1.500	368,68
2.500	493,85

Tabla II. Resultados de la profundidad de la capa endurecida y las tensiones

Table II Results of the depth of the hardened layer and the stresses

Fuerza (N)	h (mm)	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)	$\sigma_{\text{máx aplast}}$
500	0,7	470,4	147
1.500	1,3	525,9	213
2.500	1,7	661,2	253

del material y un cambio considerable en los parámetros de la dureza en la superficie.

La mayor dureza en la superficie se obtiene como resultado del crecimiento de la penetración de la herramienta bajo fuerza de rozamiento constante, el rodillo penetra y alisa la superficie, lo que causa una mayor deformación plástica debido a la pequeña área de contacto entre el rodillo y la pieza.

La ecuación (5) permitió calcular las tensiones máximas en el área de contacto, estas tensiones caracterizan el comportamiento de los esfuerzos, se observa que en la medida que la dureza y la profundidad de penetración se incrementan, las mismas se distribuyen de forma creciente bajo la capa deformada.

Las tensiones máximas por aplastamiento (Ec. (6)), incrementan la dureza por acritud al reducir el tamaño promedio de los granos, el apilamiento o aplastamiento de los granos es resultado de una deformación en la red cristalina, inducido por el efecto de la compresión dinámica, lo cual ha provocado la migración de dislocaciones, acompañada de endurecimiento por deformación, lo que consolida progresivamente la estructura.

Los esfuerzos y las deformaciones obtenidas (Ec. (7)), teniendo en cuenta el radio del rodillo para la mayor carga de trabajo, donde se consideró la fuerza, el módulo de elasticidad de primer género y los diámetros de la pieza deformada se tiene que:

- Para una fuerza de 500 N; $R_2 = 14,85$ mm
- Para fuerza de 1.500 N; $R_2 = 14,4$ mm
- Para fuerza de 2.500 N; $R_2 = 14,15$ mm.

Se han obtenido diferentes magnitud de la tensión según los valores de los radios que han surgido en el proceso de deformación lo que puede plantearse que para un contacto lineal, la fluencia debajo de la

capa superficial, comienza cuando la presión media de contacto es aproximada a la resistencia máxima de la aleación.

En consideración con lo antes expuesto, la zona sub-superficial plástica está rodeada y constreñida por material que aún está respondiendo elásticamente, se pueden alcanzar magnitudes de la tensión de contacto con el límite de fluencia del material antes de que la zona crezca lo suficiente como para lograr, en la superficie, el resultado de un flujo plástico masivo.

3.2. Resultados de la simulación por el método de los elementos finitos

Para evaluar el comportamiento se escogieron los resultados de mayor incidencia en el proceso, los cuales consideramos que lo constituyen el avance de 0,25 mm/rev y el mayor número de revoluciones 110 rev/min.

La figura 3 se obtuvo aplicando las cargas en el centro de la pieza como el lugar donde existe mayor tendencia a la deformación plástica, se puede observar el comportamiento microestructural del material deformado en correspondencia con las tensiones, al aplicar fuerza de 500 N, avance de 0,25 mm/rev y 110 rev/min.

Para valores de fuerza de 500 N, en el acero AISI 1045, las tensiones ocurren con pequeños valores de deformación, se comienza a deformar el material, esta fuerza no es suficiente para transformar completamente la estructura interna de los granos, pero se crean las condiciones para provocar el sistema de deslizamiento que deforma el retículo cristalino y provocar el endurecimiento del material.

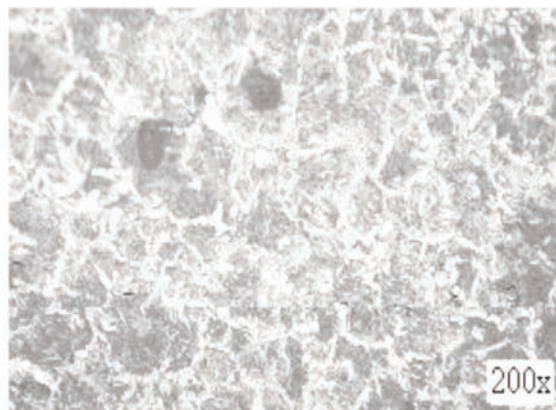
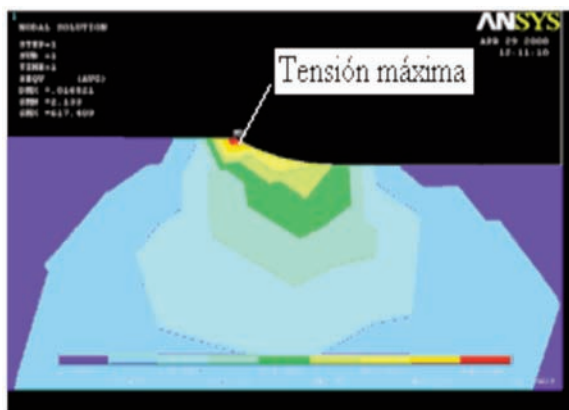


Figura 3. Comportamiento de la microestructura en relación a la tensión con una fuerza de 500 N.

Figure 3. Behaviour of the microstructure in relation with the stress with force of 500 N.

La figura 4 muestra el procedimiento con fuerza de 1.500 N; S de 0,25 mm/rev y 110 rev/min y relaciona el comportamiento microestructural en correspondencia con los parámetros de deformación empleados.

En el nivel medio, con el aumento de la fuerza hasta 1.500 N y el número de revolución, existe una mayor penetración del rodillo sobre la superficie de la pieza y un incremento en los valores de tensión, lográndose una mayor agrupación de los granos en la red cristalina, con el incremento de las variables se obtiene una estructura de granos más homogéneo, en la medida que el material se va deformando.

Con la reducción del tamaño promedio de los granos, se han creado las condiciones para provocar las dislocaciones, las cuales son las causantes de la deformación del material en frío.

En la figura 5, se muestra el comportamiento microestructural y de las tensiones en el material para fuerza de 2.500 N, S de 0,25 mm/rev y con 110 rev/min.

En el máximo nivel con el empleo de fuerza de 2.500 N, existe mayor compactación de los granos y una estructura de granos más homogéneo, esto está motivado por el incremento de las tensiones de compresión originadas debajo de la capa deformada.

Haciendo una comparación entre las figuras de simulación, los valores de tensiones aumentan con el incremento de la fuerza y la profundidad, en la medida que se va deformando el material. Luego del proceso de deformación del acero AISI 1045 se incrementan las dislocaciones y la acritud, que provocan la reducción del tamaño promedio de los granos.

Los límites de los granos se hacen más finos convirtiéndose en barreras u obstáculo que frenan el movimiento de las dislocaciones, por lo que el material quedará endurecido superficialmente.

Los resultados de la simulación muestran que las máximas tensiones se localizan en la parte superior

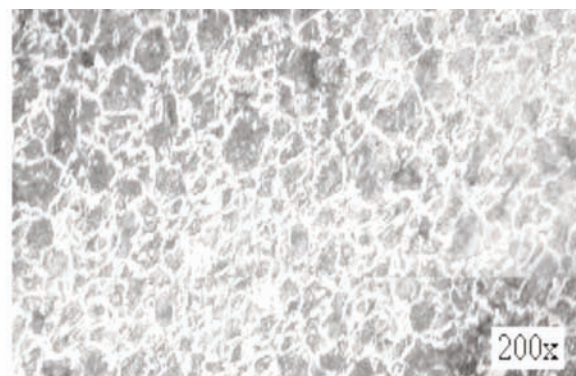
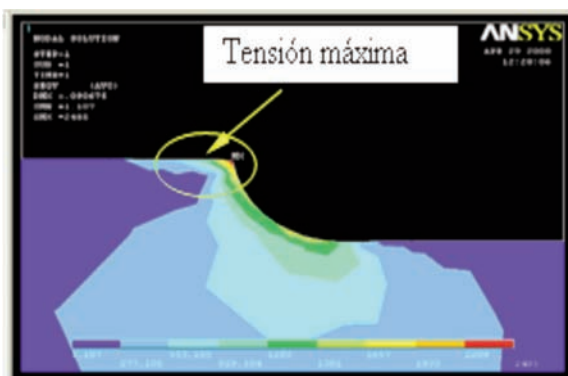


Figura 4. Comportamiento de la microestructura en relación a la tensión con fuerza de 1.500 N.

Figure 4. Behaviour of the microstructure in relation with the stress with force of 1500 N.

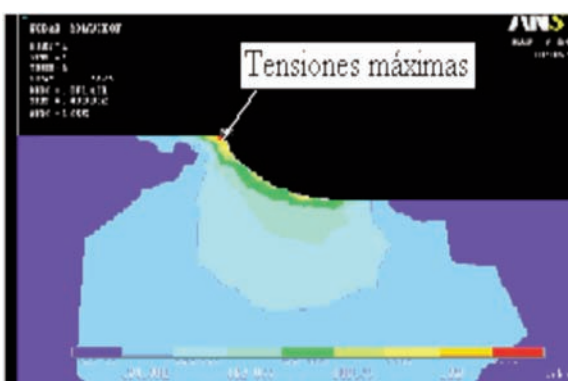


Figura 5. Comportamiento de la microestructura en relación a la tensión con fuerza de 2.500 N.

Figure 5. Behaviour of the microstructure in relation with the stress with force of 2500 N.

de la superficie deformada, al entrar en contacto con el rodillo durante su desplazamiento, desde los valores máximos, hasta valores mínimos.

3.4. Calibración del método de los elementos finitos

Es importante analizar el error para determinar las diferencias entre los valores reales del material y los obtenidos por la simulación.

Donde la tensión máxima obtenida en la simulación $\sigma_{\text{máx}} = 617$ MPa.

La tensión máxima del material trabajado

$$\sigma_{\text{máx}} = 666,84 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{617}{666.84} \cdot 100\%$$

Finalmente el error es: $\varepsilon = 7,42\%$

El error entre las diferencias de las tensiones actuantes obtenidas en la simulación por el método de elementos finitos y la tensión límite de rotura propia del material es de valor pequeño, lo que corrobora el empleo del método para determinar las tensiones de contacto empleando rodillo simple como alternativa de endurecimiento superficial.

4. CONCLUSIONES

- La metodología de cálculo desarrollada permiten determinar el estado tensional del proceso de deformación plástica superficial por rodadura en función del carácter de la fricción de los dos cuerpos en contacto y posibilitan la estimación de la dureza en el acero AISI 1045 cuando es sometido a este proceso.
- Las tensiones de compresión que surgen en el proceso de deformación con rodillo, provocan incremento de la dureza en la misma medida que aumenta la fuerza, así como la deformación de la red cristalina en el acero AISI 1045.
- Se determinó por el método de los elementos finitos la distribución de las tensiones en el proceso de deformación plástica superficial por rodadura en el acero AISI 1045, los máximos valores

de tensiones se localizan en la zona de interacción del rodillo con la pieza.

REFERENCIAS

- [1] E. Álvarez, J. Lancestremere, J. Mareglia y J. Barr, *Rev. Tec. Mec.* 20 (2004) 69-76.
- [2] S. Rose, *Soc. Manuf. Eng.* 3 (2000) 16-38.
- [3] T. Gabb, J. Telesman, P. Kantzos y P. Prevey, *Adv. Mater. Process.* 160 (2002) 69-72.
- [4] C. Barret, *Estructura de los metales*, (1ª Ed.), Ed. Aguilar, Madrid, España, 1957, pp. 532-550.
- [5] B.D. Cullity, *Elements of X-Ray Diffraction*, (3ª Ed.), Ed. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. American Society for Metals, EE.UU. 1967, pp. 248-253.
- [6] J. Caubet, *Teoría y Práctica Industrial del rozamiento*, (3ª Ed.), Ed. Aguilar, Madrid, España, 1971, pp 229-243.
- [7] A. Guliaev, *Metalografía*, Tomo I, Ed. Mir, Moscú, Rusia, 1983, pp. 53-89.
- [8] L. Korotcishe, *Procesos progresivos en la deformación plástica superficial por rodadura*, Ed. Mir, Moscú, Rusia, 1989, pp. 53-64.
- [9] S. Hernández, *Metodología de la Investigación*, Ed McGraw - Hil, México, 1997, pp. 132-145.
- [10] T. Ingham y E. Moreland, *Industrial Quality Control* 1 (1983) 26-31.
- [11] W. Alfaro, *Simulación de procesos*, Monografía 15 Vol. 15 (2001) En: <http://www.monografías.com/trabajos6/>.
- [12] J. Bhate y N. Dvorkin, *Prentice Hall*, 1 (1984) 77-78.
- [13] V. Thomée, *Galerkin finite element methods for parabolic problems*, Springer Verlag, Berlin, 6, 1997, pp. 432-442.
- [14] H. Huang y A Usmani, *Finite element analysis for heat transfer*, Springer-Verlag, Berlin 98, 1994, pp. 35-38.
- [15] O. Boada, S. Díaz e Y. Campos, *Rev. Ing. Mec.*, 6 (2003) 53-58.
- [16] V. Belozarov, A. Makhatilova y V. Subbotina, *National Technical University*, 38 (2006) 144-148.
- [17] A. Bower y K. Johnson, *Sol. Phys.* 37 (1989) 471-493.