

# Un nuevo modelo fenomenológico y diferencial para predecir la respuesta mecánica de materiales metálicos policristalinos sometidos a deformación en caliente<sup>(\*)</sup>

J. Castellanos\*, J. Muñoz\*, V. Gutiérrez\*, I. Rieiro\*\*\*, O. A. Ruano\*\* y M. Carsí\*\*

## Resumen

Este trabajo presenta un nuevo modelo fenomenológico y diferencial (que emplea ecuaciones diferenciales) para predecir la respuesta mecánica de un material metálico policristalino sometido a deformación en caliente. El modelo, llamado MCC, depende de seis parámetros y utiliza dos variables internas para considerar los procesos de endurecimiento por deformación, restauración y recristalización dinámicas. La validación experimental del modelo MCC se ha realizado empleando curvas tensión-deformación procedentes de ensayos de torsión a alta temperatura (900 °C a 1.200 °C) y moderadamente alta velocidad de deformación ( $0,005 \text{ s}^{-1}$  a  $5 \text{ s}^{-1}$ ) sobre un acero de alto contenido en nitrógeno. Los resultados obtenidos revelan la concordancia significativa entre las tensiones experimentales y predichas. Además el parámetro  $\alpha$  de Garofalo y la deformación para el 50 % de volumen recristalizado se han utilizado como elementos de control para realizar un primer paso en la interpretación física de las variables y parámetros del modelo MCC.

## Palabras clave

Deformación en caliente; Modelización; Acero de alto contenido en nitrógeno; Restauración dinámica; Recristalización dinámica.

# New phenomenological and differential model for hot working of metallic polycrystalline materials

## Abstract

This paper presents a new phenomenological and differential model (that use differential equations) to predict the flow stress of a metallic polycrystalline material under hot working. The model, called MCC, depends on six parameters and uses two internal variables to consider the strain hardening, dynamic recovery and dynamic recrystallization processes that occur under hot working. The experimental validation of the MCC model has been carried out by means of stress-strain curves from torsion tests at high temperature (900 °C a 1200 °C) and moderate high strain rate ( $0.005 \text{ s}^{-1}$  to  $5 \text{ s}^{-1}$ ) in a high nitrogen steel. The results reveal the very good agreement between experimental and predicted stresses. Furthermore, the Garofalo  $\alpha$ -parameter and the strain to reach 50 % of recrystallized volume fraction have been employed as a control check being a first step to the physical interpretation of variables and parameters of the MCC model.

## Keywords

Hot working; Modelization; High nitrogen steel; Dynamic recovery; Dynamic recrystallization.

## 1. INTRODUCCIÓN

Modelizar de manera precisa la respuesta mecánica de un metal sometido a deformación en caliente es de gran importancia tanto desde un punto de vista tecnológico como físico. Por ejemplo, las técnicas de modelización adquieren protagonismo en los procesos de conformado industrial pues su optimización se suele apoyar en simulaciones numéricas mediante

elementos finitos que se soportan en un modelo de comportamiento del material bajo deformación en caliente. Los resultados de estas simulaciones serán significativos en la medida en que la capacidad de predicción del modelo también lo sea. Por tanto, modelizar de manera precisa la respuesta mecánica se puede traducir en una mejora de los costes del proceso de conformado y/o de la calidad del producto final obtenido.

<sup>(\*)</sup> Trabajo recibido el día 19 de julio de 2012 y aceptado en su forma final el día 10 de septiembre 2012.

\* Dpto. de Matemáticas, Universidad de Castilla - La Mancha, Avda. Carlos III, s/n, 45071 Toledo.

\*\* Dpto. de Metalurgia Física, Centro Nacional de Investigaciones Metalúrgicas (GENIM-CSIC), Avda. Gregorio del Amo 8, 28040 Madrid.

\*\*\* Dpto. de Matemáticas UCLM Didáctica de las Matemáticas, Avda. de Carlos III s/n - 45071, Toledo.

Por otro lado, desde el punto de vista físico, la modelización de la respuesta mecánica de un metal sometido a deformación en caliente contribuye al análisis de los procesos de endurecimiento y recuperación que tienen lugar durante la deformación y que no son directamente observables.

Históricamente, la modelización de la deformación en caliente se ha realizado empleando ecuaciones constitutivas como la ley potencial<sup>[1]</sup> o la ecuación de Garofalo<sup>[2-4]</sup>, que en definitiva son ecuaciones algebraicas que generalmente se han asociado al estado estacionario para la deformación. En contraste, en las últimas tres décadas se han desarrollado diferentes modelos diferenciales o dinámicos que consideran condiciones transitorias y estacionarias para la deformación. Estos modelos se basan en el hecho de que el proceso de deformación en caliente evoluciona con el tiempo desde unas condiciones iniciales hasta unas finales y en su caso estacionarias y por tanto, puede ser susceptible de ser estudiado a través de una o varias ecuaciones diferenciales. Así, la principal ventaja de este enfoque dinámico es que considera las condiciones transitorias para la deformación desde la génesis del modelo.

El planteamiento diferencial adquirió protagonismo con los estudios encabezados e iniciados por Miller y Sherby<sup>[5 y 6]</sup> hace unos treinta años y que son el punto de partida de este trabajo. El marco general viene dado por las ecuaciones (1.1 y 1.2):

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} = f(\sigma, T, X), \quad (1.1)$$

$$\dot{X} = \frac{dX}{dt} = g(\dot{\epsilon}, T, X), \quad (1.2)$$

donde  $\dot{\epsilon}$  es la velocidad de deformación,  $T$  es la temperatura,  $t$  es el tiempo,  $\sigma$  es la tensión y  $X$  es una variable escalar o vectorial llamada variable interna y que representa la evolución de un determinado proceso físico.

En la bibliografía se recogen multitud de modelos que se desarrollan en este marco y que dependen del tipo y del número de ecuaciones diferenciales consideradas. Existen modelos que se centran en materiales metálicos, otros en poliméricos, en alta temperatura o en mecanismos de daño o hacen referencia a criterios termodinámicos. En<sup>[7]</sup> se presenta una extensa y actual revisión de este tipo de modelos.

En el diseño de estos modelos existe siempre un compromiso entre el número de fenómenos físico-metalúrgicos que se tienen en cuenta y el número de parámetros de los que depende el modelo. A mayor

número de fenómenos considerados, mayor ámbito de aplicación, pero también se incrementa la dificultad de encontrar un conjunto de parámetros admisibles y que, además de vital importancia, éstos sean únicos.

La bibliografía no recoge ningún modelo centrado en materiales metálicos policristalinos, dependiente de pocos parámetros y que realice un tratamiento integral (no de manera separada) de los procesos de endurecimiento por deformación (WH), restauración dinámica (DRV) y recristalización dinámica (DRX). Además, y en general, el tratamiento matemático de la identificación de los parámetros en el modelo suele quedar relegado a un segundo plano.

En este sentido, el objetivo de este trabajo es diseñar y validar experimentalmente un nuevo modelo diferencial e integral (llamado MCC) adecuado para predecir la respuesta mecánica de un metal bajo deformación en caliente y cuyos procesos principales durante la deformación sean el WH+DRV+DRX. Finalmente el problema de identificación de parámetros se trata con algoritmos matemáticos específicamente desarrollados a tal efecto y se proporcionan intervalos de confianza para los parámetros estimados.

## 2. MATERIAL Y MÉTODO EXPERIMENTAL

La composición química del acero de alto contenido en nitrógeno (HNS) considerado en este trabajo es 0,34C - 0,33N - 0,45Mn - 16,2Cr - 1,1Mo. Se trata de un acero X40MoVn (AMS 5925). Este acero se caracteriza por una estructura homogénea de finas partículas de carbonitruros dispersas.

Se realizaron ensayos de torsión a rotura en el laboratorio del Departamento de Mecánica de la Universidad Politécnica del Marche, Italia. Las condiciones de temperatura variaron en el intervalo 900 a 1.200 °C con incrementos de 75 °C y las velocidades de deformación consideradas fueron de 0,005, 0,05, 0,5 y 5 s<sup>-1</sup>. Los ensayos de torsión se llevaron a cabo en atmósfera controlada de argón para minimizar los efectos de oxidación de la probeta.

Las probetas de torsión fueron obtenidas de la mecanización de lingotes con el eje paralelo a la dirección de moldeo. Las muestras se calentaron mediante una bobina de inducción de alta frecuencia a una velocidad de calentamiento de 1 °C·s<sup>-1</sup> hasta 1.200 °C y se mantuvieron 10 min a esa temperatura. Después, se enfriaron a una velocidad de 1 °C·s<sup>-1</sup> hasta la temperatura de ensayo y se mantuvieron 5 min más a esa temperatura antes de realizar el torsionado de la muestra.

Los datos experimentales par-número de vueltas obtenidos de los ensayos de torsión se convirtieron a tensión-deformación y provienen de un trabajo anterior<sup>[8]</sup>. Por último, las curvas tensión-deformación se corrigieron del efecto de calentamiento adiabático para obtener curvas isoterma<sup>[9]</sup>.

### 3. JUSTIFICACIÓN DEL MODELO PROPUESTO (MODELO MCC)

El modelo MCC que se presenta por primera vez en este artículo parte de los trabajos sobre modelos diferenciales realizados por Miller y Sherby<sup>[5 y 6]</sup>. Las ideas desarrolladas por estos autores corresponden a la génesis del planteamiento diferencial y han dado lugar en cierta medida a los diferentes modelos desarrollados hasta la actualidad.

El modelo MCC que se presenta en este trabajo considera una ecuación constitutiva con un formato similar a la ecuación de Garofalo en la que se ha incluido la variable interna  $F_1$  que se asocia a los efectos en la respuesta mecánica del material del endurecimiento por deformación y la restauración dinámica y la variable interna  $F_2$  que recoge los efectos de la recristalización dinámica. Las ecuaciones que constituyen el modelo MCC son:

$$\dot{\epsilon} = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \sinh^n\left(\frac{\sigma}{F_1 - F_2}\right), \quad (2.1)$$

$$\dot{F}_1 = \frac{dF_1}{dt} = \dot{\epsilon} c_1 F_1 \left(1 - \frac{F_1}{F_1^*}\right) - F_2, \quad (2.2)$$

$$\forall t \in (t_0, t_f] \quad F_1(t_0) = F_0,$$

$$F_2(t) = k_1 \left[1 - \exp\left(-\ln 2 \left\langle \frac{\dot{\epsilon}t - \epsilon_p}{\epsilon_{50} - \epsilon_p} \right\rangle^{n_d}\right)\right], \quad (2.3)$$

$$\forall t \in (t_0, t_f]$$

El modelo depende de seis parámetros:  $F_0$ ,  $c_1$ ,  $F_1^*$ ,  $k_1$ ,  $n_d$  y  $\epsilon_{50}$  pues los parámetros  $A$ ,  $Q$  y  $n$  de la primera ecuación proceden del ajuste previo de la ecuación de Garofalo que se realiza por el método RCR<sup>[10]</sup>. La deformación de pico es  $\epsilon_p$ , y  $t_0$  y  $t_f$  es el tiempo inicial y final en el que se desarrolla el proceso de deformación. Finalmente, los corchetes  $\langle \cdot \rangle$  significan que:

$$\langle x \rangle = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Hay que destacar que el hecho de considerar dos variables internas permite desacoplar los efectos de DRV y DRX en la respuesta mecánica del material.

#### 3.1. Relación entre las variables de conformado

La ecuación (2.1) que liga las variables  $\dot{\epsilon}$ ,  $T$  y  $\sigma$  se ha establecido en correspondencia con la relación constitutiva de Garofalo:

$$\dot{\epsilon} = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \sinh^n(\alpha\sigma), \quad (3)$$

donde  $A$ ,  $Q$ ,  $n$  y  $\alpha$  son constantes del material y  $R$  es la constante de los gases ideales.

En línea con los trabajos de Miller y Sherby<sup>[5 y 6]</sup>, Anand y Brown<sup>[11 y 12]</sup> y Zhou y Clode<sup>[13]</sup> el parámetro  $\alpha$  en (3) se ha sustituido por  $1/(F_1 - F_2)$  las variables internas definidas en el inicio de esta sección. La variable  $\sigma$  se incluye como sustrayendo en (2.1) pues la DRX se traduce en un ablandamiento neto del material.

#### 3.2. Endurecimiento por deformación y restauración dinámica en el modelo MCC

Si se considera que durante el proceso de deformación en caliente no se ha desarrollado DRX en el interior del metal, entonces WH y DRV son los procesos principales durante la deformación. En este caso la variable interna  $F_2$  en el modelo MCC es idénticamente 0 y el modelo MCC queda en su versión simplificada como:

$$\dot{\epsilon} = A \exp\left(-\frac{Q}{RT}\right) \sinh^n\left(\frac{\sigma}{F_1}\right), \quad (4.1)$$

Así, en este trabajo se defiende que la interacción entre WH y DRV responde a un formato logístico de acuerdo con la siguiente ecuación.

$$\dot{F}_1 = \frac{dF_1}{dt} = \underbrace{\dot{\epsilon} c_1 F_1 \left(1 - \frac{F_1}{F_1^*}\right)}_{\text{WH + DRV}}, \quad \forall t \in (t_0, t_f], \quad (4.2)$$

La razón que justifica este planteamiento se basa en que los procesos de WH y DRV se consideran competitivos entre sí. En este sentido, la genera-

ción y anclaje de dislocaciones en el interior del material que involucra WH está condicionada y autolimitada en mayor o menor medida por la aniquilación y el trepado de éstas asociado a DRV. La ecuación logística es adecuada para recoger el comportamiento físico expuesto y se ha establecido en analogía con los modelos de Kocks-Mecking y Estrin-Mecking<sup>[14]</sup> que desde el punto de vista matemático defienden una ecuación diferencial cuya solución expresa un comportamiento cualitativamente similar.

### 3.3. Recristalización dinámica en el modelo MCC

La incorporación de la DRX en el modelo MCC se ha realizado considerando una nueva variable interna macroscópica que se ha denominado  $F_2$ . Se ha establecido que el efecto en la disminución de la resistencia mecánica del material a ser deformado, causado por la presencia de DRX, es proporcional a la fracción de volumen recristalizado  $X$ :

$$F_2 = k_1 X, \quad (5)$$

siendo  $k_1$  un parámetro del modelo MCC a determinar y que varía con  $T$  y  $\dot{\epsilon}$ . Esta hipótesis se ha supuesto y validado en otros trabajos que estudian la deformación en presencia de DRX<sup>[15-17]</sup>. Por otro lado, se ha supuesto que la DRX se inicia en la deformación de pico como se modela en la bibliografía<sup>[15 y 18]</sup>.

La ecuación diferencial que rige la evolución de  $X$  en el modelo MCC es tipo Avrami y viene dada por:

$$\frac{dX}{d\epsilon} = K (\epsilon - \epsilon_p)^{n_d-1} (1 - X), \quad (6)$$

donde una vez fijados  $T$  y  $\dot{\epsilon}$ ,  $K$  es una constante definida como:

$$K = \frac{(\ln 2)n_d}{(\epsilon_{50} - \epsilon_p)^{n_d}}$$

La ecuación (6) admite solución analítica que se expresa como:

$$X = 1 - \exp \left[ - \ln 2 \left( \frac{\dot{\epsilon}t - \epsilon_p}{\epsilon_{50} - \epsilon_p} \right)^{n_d} \right], \quad \dot{\epsilon}t \geq \epsilon_p \quad (7)$$

y que implica que  $X(\epsilon_p) = 0$  como se pretendía. Sustituyendo (7) en (5) se obtiene la siguiente expresión para  $F_2$ :

$$F_2 = k_1 \left( 1 - \exp \left[ - \ln 2 \left( \frac{\dot{\epsilon}t - \epsilon_p}{\epsilon_{50} - \epsilon_p} \right)^{n_d} \right] \right), \quad \dot{\epsilon}t \geq \epsilon_p \quad (8)$$

La variable interna  $F_2$  se ha incorporado a las ecuaciones (2.1) y (2.2) del modelo MCC como sustrayendo pues se sabe que la DRX se traduce macroscópicamente en un ablandamiento del material.

## 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 4.1. Identificación de los parámetros del modelo MCC

La identificación de los parámetros del modelo MCC,  $\chi = \{F_0, c_1, F_1^*, k_1, n_d, \epsilon_{50}\}$  se ha realizado por técnicas de optimización matemática. En concreto, para cada par  $T$  y  $\dot{\epsilon}$ , es decir, para cada curva tensión-deformación se ha resuelto el siguiente problema de minimización de la función coste  $C$  para:  $\chi = \{F_0, c_1, F_1^*, k_1, n_d, \epsilon_{50}\}$ , siendo la función coste,  $C$ , la siguiente:

$$C = \frac{1}{N+1} \sum_{i=0}^N (\bar{\sigma}(t_i) - \sigma(t_i))^2 \quad (9.1)$$

$$\sigma(t_i) = \xi (F_1(t_i, \chi) - F_2(t_i, \chi)) \quad (9.2)$$

$$\xi = \sinh^{-1} \left[ \left( \dot{\epsilon} \exp \left( \frac{Q}{RT} - \ln(A) \right) \right)^{\frac{1}{n}} \right], \quad (9.3)$$

sujeto a:

$$\begin{cases} \dot{F}_1 = \dot{\epsilon} c_1 F_1 \left( 1 - \frac{F_1}{F_1^*} \right) - \dot{\epsilon} F_2 & \forall t \in (t_0, t_f], \\ F_1(t_0) = F_0, \\ F_2(t) = k_1 \left( 1 - \exp \left[ - \ln 2 \left( \frac{\dot{\epsilon}t - \epsilon_p}{\epsilon_{50} - \epsilon_p} \right)^{n_d} \right] \right), \end{cases} \quad (9.4)$$

donde  $N+1$  representa el número de mediciones experimentales realizadas en el ensayo en cuestión,  $\bar{\sigma}(t_i)$  es el valor de las tensiones experimentales y  $\sigma(t_i)$  representa el valor de las tensiones predichas por el modelo.

Para cada ensayo de torsión, se trata de minimizar el coste  $C$  en la ecuación (9.1), es decir, que las distancias entre las tensiones experimentales y las predichas por el modelo MCC, ecuación (9.2), sean mínimas. El problema de minimización se ha resuelto empleando un algoritmo numérico específicamente desarrollado a tal efecto. Se ha considerado un método quasi-Newton, en concreto el método BFGS amortiguado<sup>[19]</sup> y el cálculo del gradiente se ha realizado aplicando el método adjunto<sup>[20]</sup>. Además, el algoritmo diseñado permite la obtención de los intervalos de confianza de los parámetros estimados de acuerdo con la bibliografía<sup>[21]</sup>.

La tabla I muestra los parámetros del modelo MCC y sus correspondientes intervalos de confianza.

Estos resultados se obtienen resolviendo el problema de minimización dado por las ecuaciones (9.1) a (9.4) para cada par  $T$  y  $\dot{\epsilon}$  es decir, para cada ensayo de torsión. La respuesta mecánica del material queda caracterizada por una matriz de parámetros con tantas filas como ensayos y seis columnas (número de parámetros). Se observa que los intervalos de confianza obtenidos tienen una amplitud muy pequeña lo que indica la calidad de los ajustes obtenidos.

El problema de minimización (9.1) a (9.4) se ha resuelto numéricamente dos mil veces en cada ensayo. En caso de que la sucesión minimizante encuentre

convergencia (por encima del 90 % de los casos), ésta siempre se produce hacia la solución presentada en la tabla I lo que sugiere que existe unicidad para el problema de minimización. No obstante, probar unicidad de solución desde el punto de vista teórico es muy complejo dada la alta no linealidad del problema y es una tarea que está pendiente de realización.

El estudio de la matriz de parámetros debe afrontarse desde el punto de vista del análisis multivariante. Este estudio sería una primera tentativa relevante que debe realizarse para la validación física de los parámetros del modelo MCC más allá de la interpretación que se deriva de la estructura de las ecuaciones establecidas en (2.1) a (2.3). No obstante, este estudio no sería significativo con la aplicación del modelo MCC a un único material sino que sería necesario considerar al menos cuatro. Por tanto, un primer contraste físico del modelo MCC se realiza en el punto 4.3 desde otra perspectiva. Se ha considerado el parámetro  $\alpha$  de la ecuación de Garofalo y la deformación para que se alcance el 50 % de fracción de volumen recristalizado como elementos de control para las variables internas del modelo MCC. La aplicación del modelo MCC a diversos materiales que permitan un posterior análisis multivariante de los datos es una tarea que se realizará en un futuro a la vista de los resultados expuestos a continuación.

**Tabla I.** Matriz de parámetros del modelo MCC y sus intervalos de confianza. Estos resultados se obtienen resolviendo el problema de minimización dado por las ecuaciones (9.1) a (9.4) para cada ensayo de torsión

*Table I. Matrix of the obtained MCC parameters and their confidence intervals. These results are obtained by solving the minimization problem given by equations (9.1) to (9.4) for each torsion test*

$F_0$ , MPa	$c_1$	$F_1^*$ , MPa	$k_1$ , MPa	$\eta_d$	$\epsilon_{50}$	$T$ , °C	$\dot{\epsilon}$ , s <sup>-1</sup>
72,36±0,87	37,37±1,20	119,51±0,68	14,22±1,52	2,73±0,24	0,79±0,08	900	0,05
63,83±0,74	20,92±0,56	121,19±1,15	37,02±3,20	1,90±0,16	0,75±0,06	900	0,5
62,20±0,84	20,90±0,65	116,85±1,22	30,52±3,28	1,99±0,19	0,79±0,09	900	5
72,56±0,62	9,12±0,26	108,71±1,05	16,47±1,45	2,00±0,19	1,19±0,10	975	0,005
65,42±0,63	41,36±0,94	115,02±0,52	20,05±1,78	1,68±0,11	1,14±0,09	975	0,05
78,94±0,44	16,21±0,42	106,66±0,31	5,85±0,54	2,17±0,16	1,71±0,03	1.050	0,005
81,21±0,37	30,63±0,45	123,41±0,21	9,66±0,23	1,87±0,05	1,67±0,01	1.050	0,05
107,55±0,05	14,53±0,13	118,67±0,08	19,36±0,03	1,54±0,01	0,89±0,01	1.050	0,5
74,50±0,44	21,29±0,38	118,56±0,38	10,38±0,26	1,82±0,06	1,15±0,01	1.050	5
75,34±0,40	28,47±0,51	114,57±0,39	20,76±0,59	1,03±0,02	1,28±0,02	1.125	0,05
69,61±0,33	23,74±0,31	116,06±0,33	12,36±0,20	1,79±0,04	0,82±0,01	1.125	0,5
58,16±0,46	11,62±0,19	112,85±0,53	3,77±0,33	2,93±0,27	1,24±0,03	1.125	5
92,09±0,75	14,99±0,68	123,08±1,00	14,89±0,51	3,13±0,20	0,68±0,01	1.200	0,005
77,51±0,40	18,98±0,36	117,02±0,50	7,89±0,50	0,93±0,05	1,04±0,03	1.200	0,05
82,87±0,07	9,84±0,08	106,98±0,22	6,04±0,11	1,32±0,02	0,66±0,01	1.200	0,5
82,17±0,09	19,66±0,11	108,31±0,05	2,51±0,06	1,81±0,05	1,76±0,01	1.200	5



## 4.2. Predicción de las curvas tensión-deformación empleando el modelo MCC

La figura 1 muestra las curvas tensión-deformación experimentales (puntos) y las predichas por el modelo MCC (líneas).

Se puede observar que la concordancia entre los valores experimentales y los predichos es muy alta indicando que el modelo MCC posee una gran capacidad de predicción. La alta calidad de los ajustes obtenidos se deriva de que el problema de minimización se ha resuelto para cada ensayo permitiendo por tanto a los parámetros del modelo MCC variar en su caso con las condiciones de conformado.

La figura 1 evidencia que la respuesta mecánica del acero HNS se caracteriza por un endurecimiento hasta alcanzar una tensión de pico para seguidamente producirse un ablandamiento que lleva, en la mayoría de los ensayos realizados, a un estado estacionario para la tensión. Se considera que el WH, la DRV y la DRX son los procesos de endurecimiento y ablandamiento principales durante la deformación. El com-

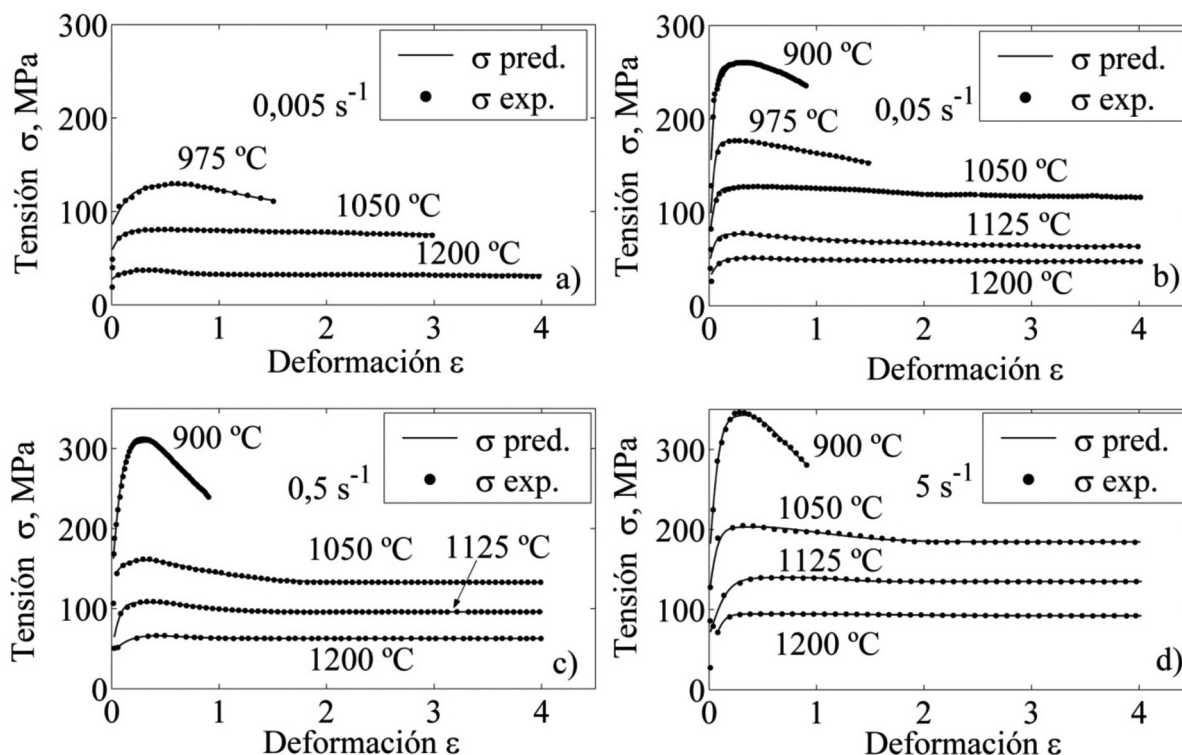
portamiento anterior es común a todas las temperaturas excepto a 900 °C, donde existen resultados experimentales que ponen de manifiesto que a esta temperatura la DRX no toma parte en el proceso de deformación<sup>[22]</sup>. El modelo MCC es capaz de revelar este comportamiento pues en la tabla I se exponen a esta temperatura valores de  $\epsilon_{50}$  anormalmente bajos.

Finalmente, para clarificar la alta calidad de los ajustes obtenidos, la figura 2 muestra una ampliación de éstos para tres ensayos a distintas temperaturas y velocidades de deformación.

## 4.3. Papel de las variables internas $F_1$ y $F_2$

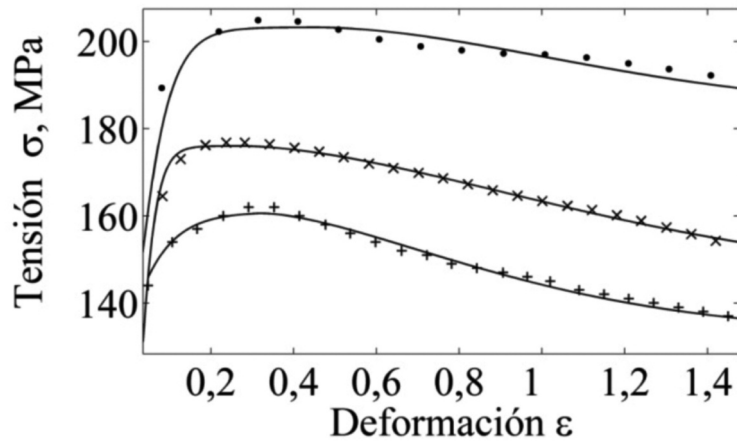
La figura 3 muestra la evolución con la deformación de la función  $1/(F_1-F_2)$  del modelo MCC y el parámetro  $\alpha$  de Garofalo.

Las condiciones que se consideran son 1.050 °C (Fig. 3 a)) y 1.125 °C (Fig. 3 b)) y diferentes velocidades de deformación. Por un lado, una vez obtenidos los parámetros del modelo MCC para los ensayos con-



**Figura 1.** Curvas tensión-deformación experimentales (puntos) y predichas por el modelo MCC (líneas) del acero HNS a diferentes temperaturas y velocidades de deformación.

*Figure 1. Experimental stress-strain curves (points) and simulated by MCC model (continuous lines) for HNS at different temperatures and strain rates.*



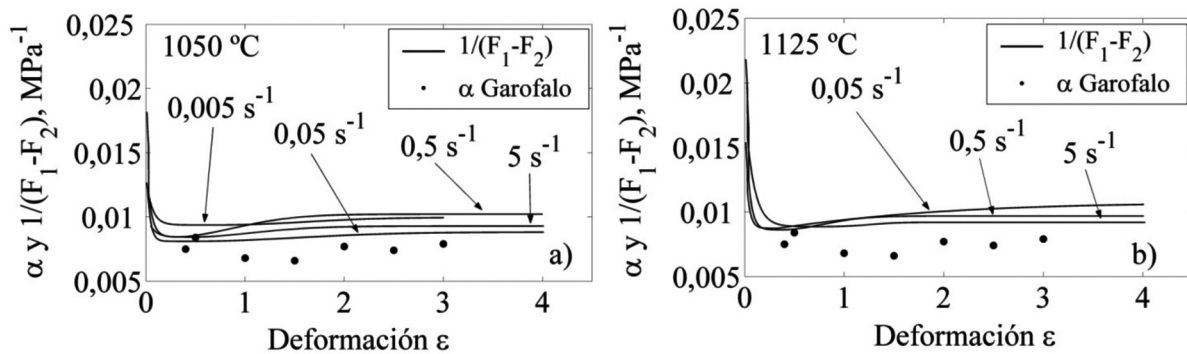
**Figura 2.** Detalle de los ajustes conseguidos mediante la aplicación del modelo MCC (líneas). Los marcadores representan los resultados experimentales a diferentes condiciones de conformado: puntos (1.050 °C, 5 s<sup>-1</sup>), cruces (975 °C, 0,05 s<sup>-1</sup>) y signo suma (1.050 °C, 0,5 s<sup>-1</sup>).

*Figure 2. Detail of the obtained fit by application of the MCC model (continuous line). The markers represent the experimental results at different hot working conditions: points (1050 °C, 5 s<sup>-1</sup>), cross (975 °C, 0.05 s<sup>-1</sup>) and plus sign (1050 °C, 0.5 s<sup>-1</sup>).*

siderados, mostrados en la tabla I, la función  $1/(F_1-F_2)$  se calcula: 1º) se sustituyen los parámetros y las condiciones de conformado  $T$  y  $\dot{\epsilon}$  en la ecuación (2.3) y se obtiene  $F_2$ ; 2º) con  $F_2$  se resuelve numéricamente la ecuación (2.1) y se obtiene  $F_1$ ; 3º) se calcula  $1/(F_1-F_2)$ .

Por otro lado, el parámetro  $\alpha$  de la ecuación de Garofalo se obtiene aplicando el método RCR [10] para distintos niveles de deformación.

La figura 3 pone de manifiesto que los valores de la función  $1/(F_1-F_2)$  y del parámetro  $\alpha$  son similares



**Figura 3.** Evolución con la deformación de la función  $1/(F_1-F_2)$  (líneas) a diferentes temperaturas y velocidades de deformación y en comparación con el parámetro  $\alpha$  de la ecuación de Garofalo (puntos). Los resultados para  $1/(F_1-F_2)$  se obtienen de la resolución de la ecuaciones (2.2) y (2.3) del modelo MCC. El parámetro  $\alpha$  se calcula por el método RCR [10].

*Figure 3. Evolution with strain of the  $1/(F_1-F_2)$  function (continuous lines) at different temperatures and strain rates and in comparison with the  $\alpha$ -parameter of the Garofalo equation. The  $1/(F_1-F_2)$  function is computed by using equations (2.2) and (2.3) of the MCC model. The  $\alpha$ -parameter are calculated by RCR method [10].*

así como también lo es su comportamiento cualitativo. Se concluye por tanto, la correspondencia que existe entre la función  $1/(F_1 - F_2)$  y el parámetro  $\alpha$  de Garofalo en este acero y que a priori, se deriva de la comparación de las ecuaciones (2.1) y (3). En este sentido, el parámetro  $\alpha$  se convierte en un elemento de control para las variables internas  $F_1$  y  $F_2$  del modelo MCC.

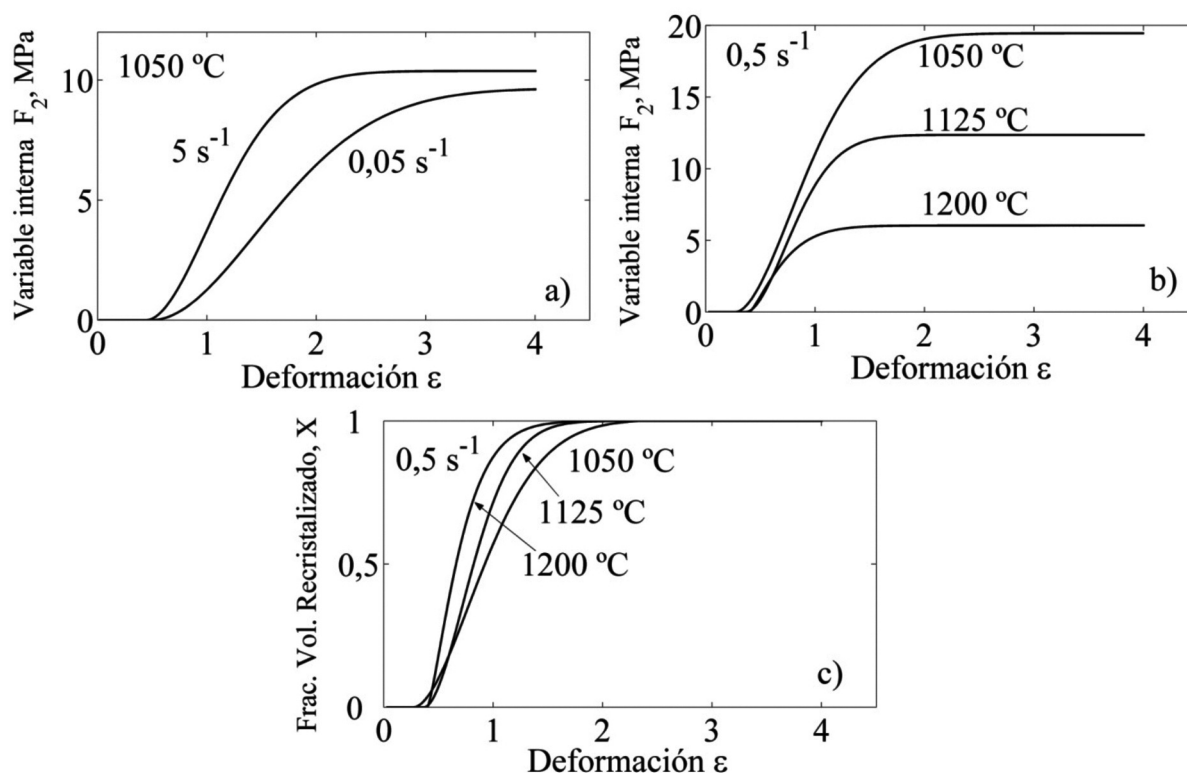
Por otro lado, la figura 3 revela las ventajas del planteamiento diferencial frente al clásico. Primero, el empleo de las variables internas  $F_1$  y  $F_2$  se traduce en una integración del proceso de deformación desde las condiciones iniciales a las finales sin pérdida de continuidad debido a que los ajustes se realizan ensayo a ensayo en contraste con la ecuación de Garofalo donde se fija un valor de deformación y se realiza un ajuste para todos los ensayos. Además, se puede predecir el comportamiento del material hasta grandes deformaciones sin pérdida de estabilidad. Por ejemplo en la figura 3 se muestran deformaciones hasta 4. En contraste, para  $\epsilon = 4$ , la ecuación de Garofalo pierde estabilidad y calidad estadística en los ajustes pues

no todos los ensayos alcanzan ese nivel de deformación y como consecuencia, hay menos puntos soporte para tales ajustes. Es por ello, que los ajustes de la ecuación de Garofalo se han realizado hasta deformación igual a 3.

La figura 4 muestra la evolución con la deformación de la variable interna  $F_2$  para a) 1.050 °C y diferentes velocidades de deformación y b) 0,5 s<sup>-1</sup> y diferentes temperaturas.

Se puede observar que una disminución de T y/o un aumento de  $\dot{\epsilon}$  se corresponde con un mayor valor para  $F_2$ , lo que se traduce en un mayor porcentaje de ablandamiento del acero, entendiéndose este ablandamiento como una diferencia en términos relativos entre la tensión de pico y la tensión de estado estacionario. Se sabe que en general, este comportamiento es típico en materiales donde se desarrolla DRX [23].

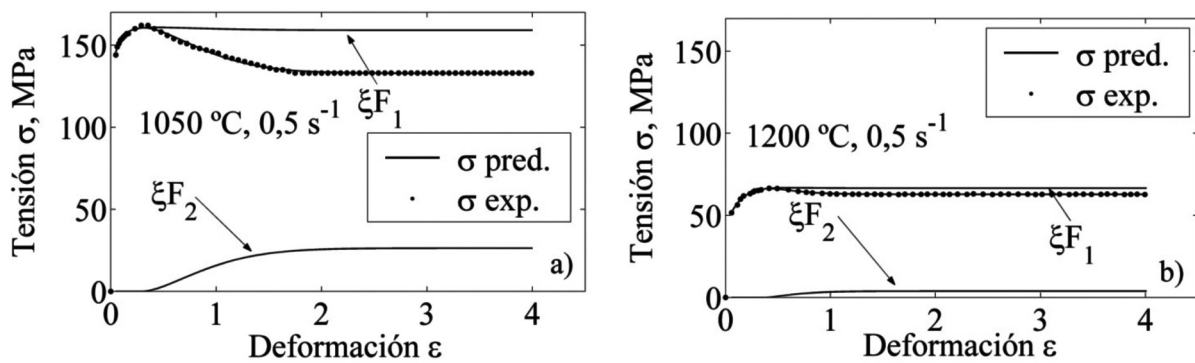
La figura 4 c) muestra la evolución con la deformación de la fracción de volumen recrystalizado X para las mismas condiciones que en la figura 4 b). La fracción de volumen recrystalizado X se obtiene direc-



**Figura 4.** Evolución con la deformación de la variable interna  $F_2$  y de la fracción de volumen recrystalizado X a diferentes temperaturas y velocidades de deformación. Los resultados se obtienen de la aplicación de las ecuaciones (2.3) y (5).

*Figure 4. Evolution with strain of the internal variable  $F_2$  and the recrystallized volume fraction X at different temperatures and strain rates. The results are computed by using equations (2.3) and (5).*





**Figura 5.** Contribución del WH+DRV,  $\xi F_1$ , y de la DRX,  $\xi F_2$ , en la respuesta mecánica del HNS. Los puntos representan las tensiones experimentales y la línea próxima a los puntos las tensiones predichas por el modelo MCC de acuerdo a la ecuación (9.2).

*Figure 5.* Contribution of the WH+DRV,  $\xi F_1$ , and of the DRX,  $\xi F_2$ , on the mechanical response of the HNS. The points represent the experimental stresses and the continuous line close to the points is the predicted stresses by the MCC model according to equation (9.2).

tamente de  $F_2$  empleando la ecuación (5). Se observa que una disminución de  $T$  se traduce en un aumento del parámetro  $\varepsilon_{50}$ . De nuevo, este comportamiento se asume en general para el parámetro  $\varepsilon_{50}$  cuando un material se deforma teniendo lugar DRX [24-26].

Finalmente, la figura 5 muestra la evolución con la deformación de las funciones  $\xi F_1$  y  $\xi F_2$  junto con la tensión predicha y experimental para  $0,5 \text{ s}^{-1}$  y a)  $1.050 \text{ °C}$  y b)  $1.200 \text{ °C}$ .

La figura 5 pone de manifiesto la contribución por separado de WH+DRV asociada a  $\xi F_1$  y de la DRX identificada con  $\xi F_2$  en la respuesta mecánica del material. La tensión predicha por el modelo MCC se calcula con la ecuación (9.2). Se asume que la curva definida por  $\xi F_1$  corresponde con la respuesta mecánica teórica del material en ausencia de DRX, si bien esta comprobación no puede realizarse experimentalmente. Por tanto, la curva  $\xi F_1$  solo tiene vigencia física hasta el inicio de DRX pues a partir de ese punto se considera que la DRX ( $\xi F_2$ ) es el proceso principal causante de la deformación del material. Este último resultado está de acuerdo con los planteamientos expuestos por J.J. Jonas y colegas [16].

#### 4. CONCLUSIONES

- El modelo fenomenológico y diferencial MCC posee gran capacidad de predicción de las curvas tensión-deformación experimentales del acero de alto contenido en nitrógeno (HNS) en el ámbito de temperaturas y velocidades de deformación estudiado.
- Se ha establecido un primer contraste físico de

las variables  $F_1$  y  $F_2$  del modelo MCC empleando el parámetro  $\alpha$  de la ecuación de Garofalo y el parámetro  $\varepsilon_{50}$  del modelo MCC como elementos de control.

- Los resultados obtenidos sugieren continuar con esta investigación en futuros trabajos. En este sentido, se debe ampliar la aplicación del modelo MCC a un mayor número de materiales con el fin de indagar en la interpretación física de las variables y parámetros del modelo empleando técnicas de análisis multivariante.

#### Agradecimientos

Este trabajo se ha realizado a través de los proyectos PBC-05-010-1 de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha, MAT 2009-14385 y PET 2007-0475 del CICYT.

#### REFERENCIAS

- [1] M. E. Kassner y M. T. Pérez-Prado, *Prog. Mater. Sci.* 45 (2000) 1-102.
- [2] I. Rieiro, M. Carsí y F. Peñalba, *Rev. Metal. Madrid* 32 (1996) 321-328.
- [3] I. Rieiro, A. Martínez y M. Carsí, *Rev. Metal. Madrid* 34 (1998) 335-347.
- [4] J. Castellanos, I. Rieiro, M. Carsí y O. A. Ruano, *J. Mater. Sci.* 45 (2010) 5.522-5.527.
- [5] A. K. Miller y O. D. Sherby, *Acta Metall. Mater.* 26 (1978) 289-304.

- [6] G. A. Henshall y A. K. Miller, *Acta Metall. Mater.* 37 (1989) 2.693-2.704.
- [7] M. F. Horstemeyer y D. J. Bammann, *Int. J. Plasticity* 26 (2010) 1.310-1.334.
- [8] J. Castellanos, I. Rieiro, M. El Mehtedi, M. Carsí y O. A. Ruano, *Int. J. Mater. Res.* 101 (2010) 787-793.
- [9] J. Castellanos, I. Rieiro, M. Carsí, J. Muñoz, M. El Mehtedi y O. A. Ruano, *Mater. Sci. Eng. A* 517 (2009) 191-196.
- [10] I. Rieiro, M. Carsí y O. A. Ruano, *Mater. Sci. Technol.* 25 (2009) 995-1.002.
- [11] L. Anand, *Int. J. Plasticity* 1 (1985) 213-231.
- [12] S.B. Brown y K.H. Kin, *Int. J. Plasticity* 5 (1989) 95-130.
- [13] M. Zhou y M. P. Clode, *Mech. Mater.* 27 (1998) 63-76.
- [14] Y. Estrin y H. Mecking, *Acta Metall.* 32 (1984) 57-70.
- [15] M. El Wahabi, J. M. Cabrera y J. M. Prado, *Mater. Sci. Eng. A* 343 (2003) 116-125.
- [16] J. J. Jonas, X. Queleñec, L. Jiang y E. Martin, *Acta Mater.* 57 (2009) 2.748-2.756.
- [17] S. Serajzadeh, *ISIJ Int.* 43 (2003) 1.050-1.055.
- [18] M. El Wahabi, L. Gavard, F. Montheillet, J. M. Cabrera y J. M. Prado, *Acta Mater.* 53 (2005) 4.605-4.612.
- [19] J. Nocedal y S. J. Wright, *Numerical Optimization*, Ed. Springer-Verlag, New York, EE.UU, 1999, pp. 556-558.
- [20] S. Ta'asan, *Introduction to Shape Design and Optimal Control*, Lecture Notes on Optimization, Von Karman Institute, 1997, pp. 1-19.
- [21] K. Schittkowski, *Numerical Data Fitting in Dynamical Systems*, Ed. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holanda, 2002, pp. 115-118.
- [22] M. El Mehtedi, Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, Università Politecnica delle Marche, Ancona, 2009.
- [23] H. J. McQueen y C. A. C. Imbert, *J. Alloy Compd.* 378 (2004) 35-43.
- [24] I. A. Maksoud, H. Ahmed y J. Rödel, *Mater. Sci. Eng. A* 504 (2009) 40-48.
- [25] M. Shaban y B. Eghbali, *Mater. Sci. Eng. A* 527 (2010) 4.320-4.325.
- [26] C. A. C. Imbert y H. J. McQueen, *Mat. Sci. Eng. A* 313 (2001) 104-116.