Revista de metalurgia

Caracterización y modelación de las distribuciones de tamaño de burbujas en celdas de flotación con agitación mecánica(•)

G. Vallebuona*, A. Casali* y W. Kracht*

Resumen En este trabajo se determina la distribución de tamaño de las burbujas en una celda de flotación de laboratorio, para pruebas en las que se varió el flujo de aire y la agitación. Los tamaños de burbuja se miden vía análisis de imágenes obtenidas en un dispositivo de toma de muestras y sus distribuciones se expresan como distribución en superficie, como porcentaje acumulado bajo el tamaño y como porcentaje retenido. Las distribuciones muestran una forma equivalente para todas las pruebas y se representan con un modelo único, seleccionado por bondad de ajuste, que corresponde a una ecuación utilizada en separación por medios densos. El modelo tiene dos parámetros: x_{50}, tamaño bajo el cual se encuentra el 50 % de la superficie de burbujas y l, parámetro por ajustar. El coeficiente de correlación promedio de todas las pruebas resulta de 0,999 para las distribuciones acumuladas y de 0,912 para las distribuciones retenidas.

Palabras clave Distribución de tamaño de burbujas. Flotación. Modelación. Muestreo de burbujas.

Characterization and modeling of bubbles size distribution in mechanical flotation cells

Abstract In this work, bubble size distribution is determined for tests in a batch flotation cell, for different impeller speed and air flowrate. Bubbles are sampled and their sizes are measured using image analysis. Size distributions by surface are expressed as cumulative percent passing as well as percent retained. The distributions show a common shape for all tests and are represented with a unique model, selected due to its goodness of fit. This model corresponds to an equation used in heavy media separation and considers two parameters: x_{50}, the 50 % passing size, and l, an adjustable parameter. The correlation coefficient for all tests averages 0.999 for the cumulative distributions and 0.912 for the retained distributions.

Keywords Bubble size distribution. Flotation. Modeling. Bubbles sampling.

1. INTRODUCCIÓN

La concentración por flotación es el resultado de la interacción de muchas variables, que involucran factores químicos, operacionales y mecánicos. Entre estos últimos, están la velocidad de rotación del agitador, el flujo de aire y el diseño de la celda que, aunque aislados no afectan el rendimiento del proceso, crean[1] las condiciones hidrodinámicas (régimen de flujos, mezclamiento, suspensión de sólidos, dispersión del gas, interacción burbuja–partícula) que gobiernan dicho rendimiento. Especial atención se ha puesto en el último tiempo a la dispersión de gas, la que se considera un factor clave en el proceso.

En las celdas de flotación, la dispersión del gas en finas burbujas puede ser expresada por diversos indicadores: tamaño de burbuja (d_B), fracción de volumen retenido de gas (e_g), velocidad superficial de gas (J_g) y flujo de superficie de burbujas por unidad de área (S_b). De las variables mencionadas, J_g corresponde al flujo volumétrico de gas inyectado a la celda, dividido por el área transversal de la misma y es, por lo tanto,l una variable con la que se puede actuar sobre el proceso. Las demás variables, en particular para las celdas con agitación mecánica, son el resultado tanto del flujo de gas, así como del tipo y velocidad del agitador y de las condiciones de la flotación (en particular del tipo y dosis de espumantes). La capacidad de transporte de partículas flotables dependerá, fundamentalmente, de la superficie de gas disponible y en ella influye tanto la cantidad de gas como la distribución de tamaños de burbujas.

(•) Trabajo recibido el día 10 de septiembre de 2004 y aceptado en su forma final el día 23 de junio de 2005.
(*) Departamento Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, Av. Tupper 2069, Fono (56) (2) 6710638, Fax: (56) (2) 6723504 Santiago-Chile. E-mail: gvallebu@ing.uchile.cl.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons 3.0 España (by-nc)
http://revistademetalurgia.revistas.csic.es

Un término que incorpora tanto la velocidad superficial de gas como el tamaño de burbujas, representado por el tamaño característico d_{32}, es el flujo de superficie de burbujas por unidad de área (S_b), el cual se define como[2]:

$$S_b = \frac{6J_g}{d_{32}} \qquad (1)$$

donde, d_{32} es el diámetro medio Sauter de burbujas definido como:

$$d_{32} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} x_i^3}{\sum_{i=1}^{i=n} x_i^2} \qquad (2)$$

donde, x_i = diámetro equivalente esférico de burbuja
n = tamaño de muestra.

Los factores físicos que pueden afectar la dispersión de la fase gaseosa en la celda de flotación son la velocidad del agitador, el tipo de agitador y el flujo de gas, como también, el diseño del reactor. Una muy importante contribución al estudio de este aspecto es la contenida en las investigaciones hechas por Gorain et al.[3-5] en celdas mecánicas convencionales. Según estos autores, los diámetros de burbujas producidos por el agitador no son lo único que altera la dispersión del gas. Son, igualmente, importantes la fracción de volumen retenido de gas y la forma de la distribución de tamaño de burbujas, ya que juntos determinan cuánta superficie de burbujas está disponible para que las partículas sean flotadas. Afirman, también, que la magnitud del valor de la fracción de volumen retenido de gas indica cuan satisfactoria es la capacidad del medio generador de burbujas, de dispersar el gas en pequeñas burbujas (las cuales tienen una baja velocidad de ascenso y, por lo tanto, tienen un gran tiempo de residencia).

De todas las variables de la dispersión del gas, es el tamaño de burbuja y, más precisamente, la distribución de tamaño de burbujas en la celda, la variable más relevante. Esto, porque un mismo tamaño característico (d_B) puede corresponder a distintas distribuciones de tamaño que causarán distintos efectos en la flotación, por ejemplo, por distintas proporciones de burbujas gruesas y finas. Para la medición de tamaños de burbuja existe tanto la medición directa, mediante el analizador UCT [6 y 7] y mediante muestreo y análisis de imágenes[8], como la estimación a partir de mediciones de la fracción de volumen retenido y análisis de flujos[9 y 10] o, a partir de mediciones de flujo de gas y de modelos para el flujo de superficie de burbujas por unidad de área[11].

Entre los métodos disponibles destacan aquellos que emplean muestreo y técnicas de visualización y análisis de imágenes, siendo su base el desarrollado por Chen *et al.*[8]. En efecto, los trabajos de Grau y Heiskanen[12 y 13] proponen un nuevo instrumento de medición denominado HUT, basado en el sugerido por Chen *et al.*, que incorpora también algunas de las características prácticas del analizador UCT. Se compara[12] mediciones experimentales realizadas con el instrumento de medición HUT con aquellas obtenidas con el UCT, encontrándose discrepancias entre ambos métodos, en particular, los tamaños medios de burbujas medidos con el HUT fueron claramente mayores que los obtenidos con el UCT, sobre todo, el rango de condiciones operacionales probadas. Los autores analizan las posibles fuentes de esas discrepancias, proponiendo medidas para su corrección. En su segundo trabajo[13], Grau y Heiskanen estudian, usando el HUT, el efecto de condiciones operacionales, tales como la velocidad del agitador y el flujo de aire, sobre las propiedades de la dispersión de gas. Los autores concluyen que el flujo de superficie de burbujas por unidad de área producido en celdas de flotación agitadas mecánicamente podría estar limitado a un intervalo estrecho, con un límite superior bastante bajo[13].

Un aporte muy importante lo constituye el trabajo de Gómez *et al.*[14], en el que, utilizando el instrumento de medición presentado por Chen *et al.*[8], en una versión modificada para su utilización a escala industrial, miden y analizan distribuciones de tamaños de burbujas en máquinas de flotación de diferentes plantas concentradoras. Además de la descripción del equipo y su operación se presentan, también, algunos ejemplos de cómo la información obtenida ha sido usada para establecer el efecto de modificaciones de equipamiento y prácticas operacionales en el rendimiento de la flotación. Los resultados obtenidos permiten apreciar el efecto del flujo de aire y el efecto del diseño del agitador sobre el tamaño de burbujas representado por los tamaños característicos, d_{32} y d_{10} (tamaño medio de la distribución en número). Los autores concluyen[14] destacando que el tamaño de burbuja afecta cada aspecto del proceso de flotación y que las mejoras en el proceso estarán asociadas a cuán efectivamente se dispersa el gas y se controla el tamaño de burbujas.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons 3.0 España (by-nc)
http://revistademetalurgia.revistas.csic.es

Ante la situación planteada y los resultados de los trabajos analizados, es evidente la necesidad de caracterizar la dispersión de gas en la flotación, por medio de conocer la distribución de tamaño de burbujas. Es obvio que un sólo tamaño característico no basta para describir el fenómeno. La disponibilidad de nuevos procedimientos e instrumentos de medición permite avanzar en esta línea. En este artículo se presentan los resultados obtenidos al caracterizar y modelar las distribuciones de tamaño de burbujas presentes en una celda de flotación de laboratorio, trabajando a diversas condiciones de flujo de aire y de agitación.

2. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se realiza un total de 13 pruebas de flotación primaria en las que se mide la distribución de tamaño de burbujas para distintas condiciones de operación (flujo de aire y agitación). Para las pruebas se utiliza una celda de flotación de laboratorio (Outokumpu, 4 litros, aire inducido, discontinua) y mineral de sulfuros de cobre proveniente de la División Andina de CODELCO-Chile. El mineral tiene una ley de cobre de 1,29 %, que se encuentra en un 95 % como calcopirita y en un 4 % como calcosina.

Las pruebas de flotación primaria se realizan en condiciones estándar, con los reactivos empleados en faena: colector Aero® promoter 3894 (32,8 g/t), espumante Aerofroth® 70 (38,4 g/t) y cal como regulador para un pH de 10,5. Se trabaja con un porcentaje de sólidos en peso de 38% y acondicionamiento de 5 min. En las pruebas se varia el flujo de aire en tres niveles: 19,1, 24,3 y 29,4 l/min (en condiciones estándar de presión y temperatura) y la velocidad de agitación en cuatro niveles: 1.200, 1.350, 1.500 y 1.650 rpm.

Para la medición del tamaño de burbujas se utiliza un dispositivo de toma de muestras (ver figura 1) basado en el diseño original de Chen *et al.*[8]. El equipo está constituido por un tubo de vidrio (8 mm de diámetro interior) y una cámara de visualización construida en resina acrílica (3,0 cm de ancho, 5,0 cm de alto y 1,5 cm de profundidad) cuya finalidad es permitir la filmación en un video de las burbujas que por ella pasan y que provienen de la celda de flotación. Además, el medidor cuenta con una propipeta que permite llenarlo de agua con espumante, antes de realizar las respectivas mediciones.

Como consecuencia de la introducción del medidor en la celda, comienza a producirse un ascenso de burbujas a través del mismo, que son filmadas en el momento en que pasan por la cámara de visualización. Esto, puede mantenerse por máximo 10 s, ya que tras el ascenso de burbujas cargadas, estas desplazan al agua en la superficie y el mineral se desprende tras alcanzar la interfase, enturbiando la cámara de visualización. Se obtiene, entonces, un video del cual se utilizan, sólo los primeros 7 segundos, aproximadamente, para asegurar, así, una

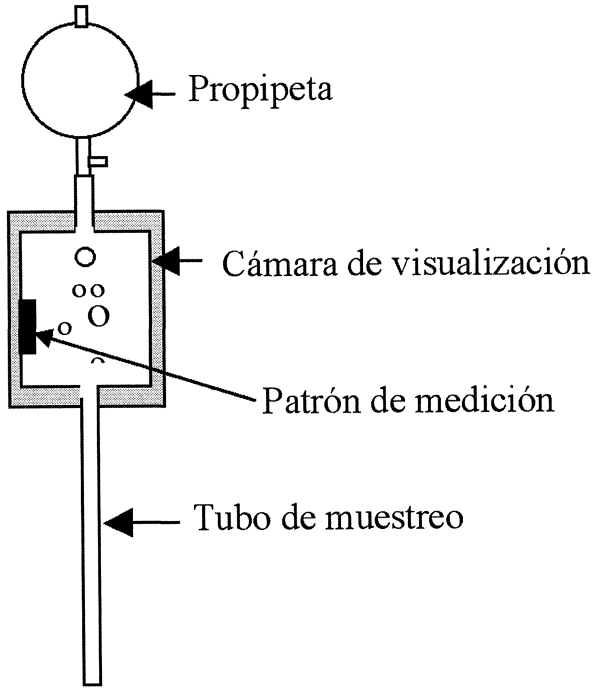

Figura 1. Esquema del dispositivo de toma de muestra de burbujas.

Figure 1. Bubble sampler.

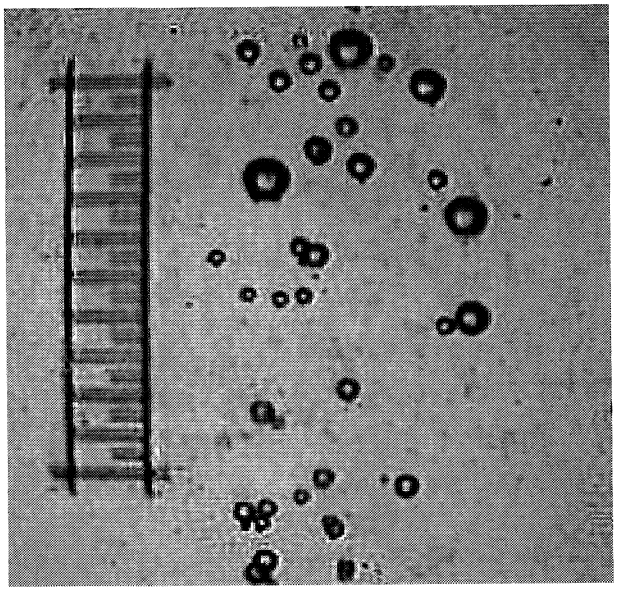

Figura 2. Imagen capturada desde video.

Figure 2. Image from video.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons 3.0 España (by-nc)
http://revistademetalurgia.revistas.csic.es

buena visibilidad (Fig. 2); a partir de dicho video se capturan 38 imágenes (5 imágenes por segundo) para concretar la medición.

Tras procesar las imágenes, se determinan los tamaños de las burbujas presentes en cada prueba, los que se deben corregir por la diferencia de presiones que hay entre la celda (punto de muestreo) y la cámara de visualización (punto de filmación), suponiendo burbujas esféricas y comportamiento de gas ideal. Ambas presiones se pueden determinar por medio de las ecuaciones (3) y (4).

$$P_{celda} = \rho_{pulpa} g\, h_{celda}(1-\varepsilon_g) + \frac{m_{espuma} g}{A_{celda}} + P_0 \qquad (3)$$

donde:

P_{celda} = presión hidrostática en el punto de muestreo, en la celda.
ρ_{pulpa} = densidad de pulpa en la celda.
g = aceleración de gravedad.
h_{celda} = distancia entre el punto de muestreo en la celda y la interfase pulpa-espuma (9,0 cm).
ε_g = fracción de volumen retenido de gas en la celda.
m_{espuma} = masa de espuma en el instante de muestreo.
A_{celda} = área transversal de la celda.
P_0 = presión atmosférica.

$$P_{vis} = \rho_{agua} g\, h_{vis}(1-\varepsilon_{g\,vis}) + P_{vacío} \qquad (4)$$

donde:

P_{vis} = presión hidrostática en el punto de filmación, en la cámara de visualización.
ρ_{agua} = densidad del agua.
h_{vis} = distancia entre el punto de filmación y la superficie del agua en la cámara de visualización (2,5 cm).
$\varepsilon_{g\,vis}$ = fracción de volumen retenido de gas en la cámara de visualización.
$P_{vacío}$ = presión de vacío en la cámara de visualización, calculada a partir de un balance de presiones hidrostáticas tanto por el lado del medidor como por el lado de la pulpa.

Una vez que se han calculado las presiones en la celda y en la cámara de visualización, se puede calcular el factor de corrección para el tamaño de burbuja. Para tal efecto se considera la ley de los gases ideales, obteniéndose la siguiente relación:

$$P_{celda} V_{b\,celda} = P_{vis} V_{b\,vis} \qquad (5)$$

donde:

$V_{b\,celda}$ = volumen de burbuja en el punto de muestreo.
$V_{b\,vis}$ = volumen de burbuja en la cámara de visualización.

Asumiendo esfericidad para las burbujas dentro de la celda, se puede llegar a la siguiente expresión para la corrección del tamaño de burbuja por presión hidrostática:

$$d_B = \left(\frac{P_{vis}}{P_{celda}}\right)^{1/3} d^* \qquad (6)$$

donde, d^* corresponde al tamaño de burbuja en el punto de filmación. El factor de corrección, así obtenido, resulta igual a 0,995.

Con los tamaños corregidos, se agrupan por clases de tamaño y se cuenta el número de burbujas por clase. Se determina, entonces, la correspondiente distribución de tamaños en número de burbujas (f_{i0}, fracción retenida en el tamaño i). Dada la naturaleza superficial del fenómeno de la flotación, se procede a determinar, a partir de la distribución en número, la distribución en superficie de burbujas (f_{i2}) según:

$$f_{i2} = \left(\frac{x_i^2 f_{i0}}{\sum x_i^2 f_{i0}}\right) \qquad (7)$$

donde, x_i corresponde al tamaño medio de burbujas en la clase i.

3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Con las condiciones anteriormente señaladas se realizan 13 pruebas experimentales, variando tanto el flujo de aire, Q (l/min, en condiciones estándar de presión y temperatura), como la velocidad de agitación, N (rpm). Los resultados de estas pruebas se presentan en la tabla I, donde la distribución en superficie de tamaño de burbujas se presenta como porcentaje acumulado bajo el tamaño, Fu_2. Las pruebas 8 y 9 se repiten para establecer el error experimental asociado, que resulta ser de 1,8 %, expresado como porcentaje en superficie retenido en cada clase de tamaño.

En las siguientes figuras se presenta algunos de estos resultados, escogidos con el fin de mostrar el

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons 3.0 España (by-nc)
http://revistademetalurgia.revistas.csic.es

Tabla I. Distribuciones de tamaño y condiciones de operación de las pruebas

Table I. Tests size distributions and operational conditions

Prueba	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Q (l/min)	19,1	24,3	29,4	19,1	24,3	29,4	19,1	24,3	24,3	29,4	19,1	24,3	29,4
N (rpm)	1.200	1.200	1.200	1.350	1.350	1.350	1.500	1.500	1.500	1.500	1.650	1.650	1.650
Tamaño (mm)							Fu_2 (%)						
1,66	92,2	92,4	91,0	91,2	92,7	94,6	95,5	96,0	95,4	91,4	97,8	100,0	93,2
1,60	92,2	91,4	89,5	87,9	92,7	92,8	95,5	96,0	95,4	91,4	95,9	100,0	93,2
1,54	92,2	88,0	89,5	87,9	92,7	92,8	95,5	96,0	95,4	90,0	95,9	100,0	91,1
1,48	88,6	86,4	89,5	87,9	92,7	92,8	95,5	96,0	93,6	87,5	94,2	100,0	89,2
1,42	86,9	84,2	87,1	85,3	88,1	91,4	92,9	94,8	92,0	86,4	94,2	100,0	85,8
1,36	86,9	80,8	86,0	85,3	86,7	90,2	90,6	92,6	90,5	85,3	91,5	98,5	84,2
1,30	86,9	72,7	85,0	85,3	84,1	89,0	90,6	90,6	90,5	81,5	88,9	93,0	82,7
1,24	86,9	69,9	81,3	83,3	84,1	87,9	88,7	88,7	88,0	80,6	86,6	91,7	81,4
1,18	83,5	66,3	78,0	79,7	81,9	84,1	88,7	86,2	85,7	75,8	83,5	91,7	80,1
1,12	79,3	60,7	72,7	76,4	74,1	82,3	88,7	82,3	83,6	72,2	78,8	89,7	73,6
1,06	77,4	55,3	69,4	71,9	69,8	76,9	82,9	79,6	80,9	65,8	75,4	86,0	68,7
1,00	71,6	50,5	67,0	68,0	62,8	71,3	77,8	75,3	74,2	60,0	71,6	82,7	62,5
0,93	62,7	42,9	56,3	63,3	54,5	69,4	72,2	69,3	70,6	54,4	67,5	76,1	57,9
0,87	54,9	36,8	48,8	57,2	46,0	64,0	66,2	64,6	60,9	47,6	59,2	68,4	53,8
0,81	44,7	26,7	39,4	50,0	39,6	55,5	54,1	57,9	54,2	39,8	51,5	56,1	41,9
0,75	36,9	18,7	31,6	43,0	29,1	45,2	36,9	49,0	43,5	31,7	41,7	40,7	35,2
0,69	26,9	13,1	20,5	32,5	19,0	32,3	22,9	39,5	27,4	22,4	28,1	28,7	21,6
0,63	13,9	7,6	10,1	19,7	8,8	20,3	9,4	21,9	14,8	10,3	14,0	13,1	8,3
0,57	5,8	4,1	4,8	11,5	3,9	9,8	3,7	9,4	3,3	2,7	4,5	4,3	3,7
0,51	0,9	1,9	1,8	6,3	0,9	4,1	1,5	4,3	1,0	0,7	1,3	0,5	1,5

efecto causado por las variables consideradas, en la distribución en superficie de tamaño de burbujas. En las figuras 3 y 4 se muestra el efecto que tiene el flujo de aire sobre dicha distribución. En la figura 3, la distribución se presenta en su forma acumulada bajo el tamaño (Fu_2) y corresponde a una velocidad de agitación constante de 1.350 rpm. En la figura 4, la distribución de tamaños se presenta en su forma retenida (f_{i2}) y corresponde a una velocidad de agitación de 1.500 rpm.

Como se aprecia en la figura 3, en los tamaños mayores (sobre 1,2 mm), se produce una distribución más fina de burbujas en la medida que se incrementa el flujo de aire. En los tamaños menores, en cambio, se pierde esta tendencia y se observa

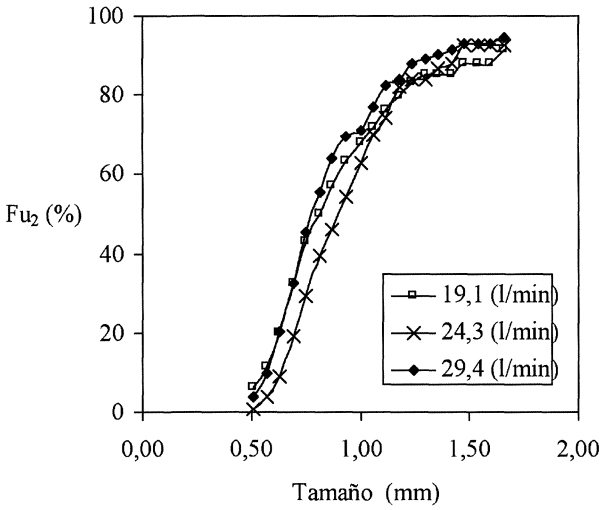

Figura 3. Efecto del flujo de aire en la distribución en superficie de tamaño de burbujas.

Figure 3. Effect of air flowrate on surface bubble size distribution.

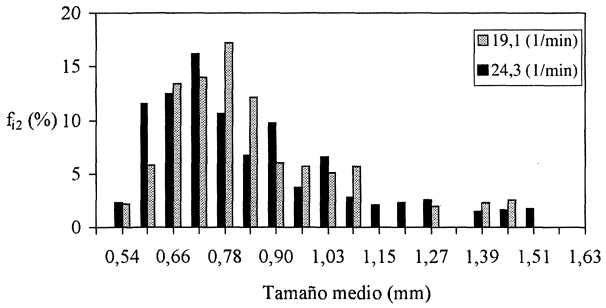

Figura 4. Distribución en superficie de burbujas para distintos flujos de aire.

Figure 4. Surface bubble size distribution for different air flowrates.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons 3.0 España (by-nc)
http://revistademetalurgia.revistas.csic.es

una condición de distribución más gruesa para el flujo intermedio, siendo casi indiferente para los otros flujos. En la figura 4, se puede apreciar una moda menor (0,72 *vs.* 0,78 mm) y un valor medio levemente menor (0,79 *vs.* 0,81 mm) para el mayor flujo, aunque con una distribución menos concentrada. Por ejemplo, entre los tamaños 0,6 y 1,09 mm se concentra el 80% de la superficie de burbujas para la prueba de mayor flujo, frente a un 85 % en el caso de menor flujo.

En la figura 5 se muestra el efecto de la agitación sobre la distribución en superficie de tamaño de burbujas en su forma acumulada bajo el tamaño (Fu_2), para un flujo de aire constante de 24,3 l/min, en condiciones estándar de presión y temperatura.

Como se aprecia en la figura 5, en los tamaños superiores a 0,8 mm se produce una distribución claramente más fina de burbujas, en la medida que se incrementa la velocidad de agitación. En los tamaños menores se mantiene esta tendencia, pero su efecto es más débil y no se distingue para las dos velocidades mayores.

4. MODELACIÓN

La distribución en superficie de burbujas, ya determinada experimentalmente, está sujeta a errores experimentales en cada punto y presenta una forma, tanto en su versión retenida (f_{i2}) como acumulada (Fu_2), equivalente para todas las pruebas. Esto, lleva a la conveniencia de representar dichas distribuciones por un modelo único, que se ajuste lo mejor posible a los datos experimentales, respete la forma de las distribuciones experimentales y concilie los errores en una ecuación válida para todas las pruebas, de la cual se pueda inferir relaciones con las variables, interpolar y extrapolar fracciones y tamaños característicos.

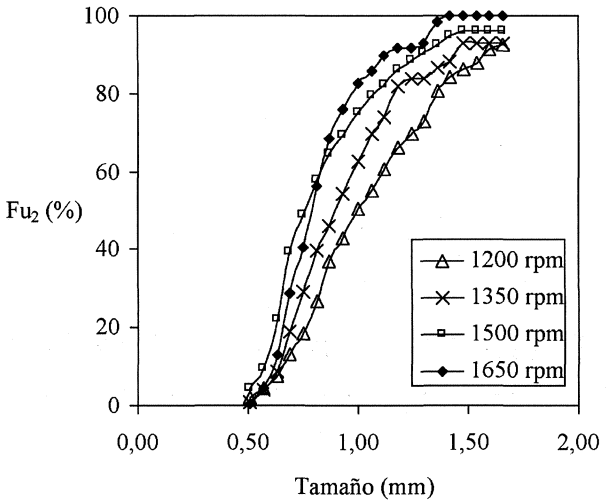

Figura 5. Efecto de la velocidad de agitación en la distribución en superficie de tamaño de burbujas.

Figure 5. Effect of impeller speed on surface bubble size distribution.

Para la modelación de la distribución en superficie del tamaño de burbujas se prueba la estructura de 24 ecuaciones conocidas y utilizadas, ya sea en la determinación de distribuciones de tamaño de partículas (Gaudin-Schuhmann, Rosin-Rammler, etc.), en la determinación de eficiencia de clasificación (Lynch y Rao, Plitt, etc.) o en la determinación de la función de partición corregida para separación por medios densos. De estas ecuaciones, se selecciona, como modelo de la distribución en superficie de tamaño de burbujas, aquella que presente la mayor correlación con los datos experimentales de todas las pruebas.

En primer lugar, se procede a ajustar los diferentes modelos a los datos experimentales, identificando sus parámetros. Para ello, se utiliza un algoritmo de minimización de una función objetivo, en la que, esta última, corresponde a la suma de los cuadrados de las diferencias entre valor modelado y valor experimental, tanto para los porcentajes acumulados bajo tamaño Fu_2 como para los porcentajes retenidos, f_{i2}. Una vez identificados los parámetros de todos los modelos, se determina el coeficiente de correlación (R^2_{Fu2}), para las distribuciones acumulada y retenida de cada prueba. Finalmente, se selecciona el mejor modelo, para lo cual se utiliza como indicadores de bondad de ajuste los coeficientes de correlación: para el porcentaje acumulado bajo tamaño y R^2_{fi2} para el porcentaje retenido.

De todos los modelos ensayados, el que presenta los mejores indicadores de ajuste es el correspondiente a una ecuación empírica, utilizada en separación por medios densos para la determinación de la función de partición corregida[15]. Este modelo, adaptado y expresado como porcentaje acumulado bajo tamaño Fu_2, se presenta en la ecuación 8.

$$Fu_2(x) = 100\, exp\left(-0{,}693\left(\frac{x}{x_{50}}\right)^{-\lambda}\right) \qquad (8)$$

donde, x_{50} es un parámetro que corresponde al tamaño bajo el cual se encuentra el 50% de la superficie de burbujas y λ es un parámetro a determinar.

Los parámetros del modelo seleccionado y los coeficientes de correlación obtenidos para las distribuciones acumulada R^2_{Fu2} y retenida R^2_{fi2}, de todas las pruebas, se presentan en la tabla II.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons 3.0 España (by-nc)
http://revistademetalurgia.revistas.csic.es

Como se aprecia en la tabla II, existe un buen ajuste tanto para los porcentajes acumulados como para los retenidos. El coeficiente de correlación promedio de todas las pruebas es de 0,999 para las distribuciones acumuladas y de 0,912 para las distribuciones retenidas.

Dado el excelente ajuste obtenido para los porcentajes acumulados bajo tamaño de todas las pruebas, se muestra gráficamente la calidad del ajuste sólo para una prueba de ajuste promedio (prueba 6), la que se aprecia en la figura 6.

Para las distribuciones en porcentaje retenido, como la calidad de ajuste es buena pero variable,según la prueba, se presenta tanto el resultado con una prueba de las de mejor calidad (prueba 7), como con aquella de la menor calidad (prueba 2). Estos resultados se muestran en las figuras 7 y 8, respectivamente. Como se aprecia en las figuras y en los coeficientes de correlación presentados en la tabla II, el ajuste es bueno para la mejor prueba y aceptable en la prueba peor, donde la pérdida de ajuste se debe, principalmente, a una concentración de burbujas sobre la que explica el modelo, para el tamaño 1,33 mm, lo que podría deberse a un error experimental.

Tabla II. Resultados de la modelación: parámetros y calidad de ajuste

Table II. Modelling results: parameters and goodness of fit

Pruba Nº	x_{50}	λ	R^2_{Fu2}	R^2_{fi2}
1	0,83	3,6	0,998	0,931
2	0,98	3,4	0,997	0,807
3	0,88	3,5	0,999	0,922
4	0,82	3,0	0,999	0,916
5	0,88	3,6	0,999	0,891
6	0,79	3,7	0,999	0,937
7	0,81	5,2	0,999	0,953
8	0,76	4,0	0,998	0,933
9	0,79	4,3	0,999	0,937
10	0,88	3,3	0,999	0,905
11	0,81	4,0	0,998	0,944
12	0,78	5,1	0,999	0,954
13	0,86	3,6	0,998	0,829

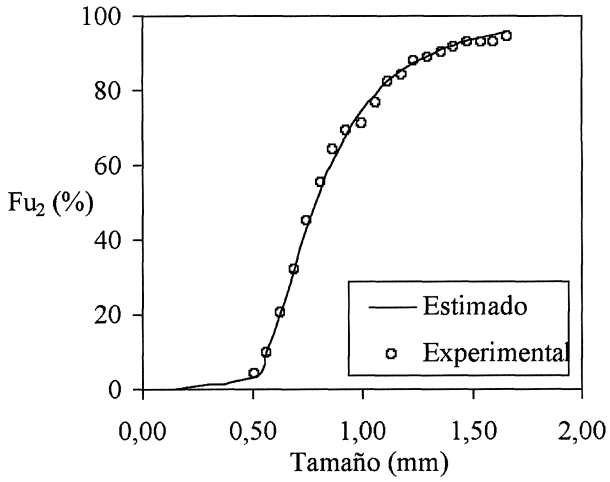

Figura 6. Distribución de tamaño de burbujas: valores experimentales y modelados. Prueba 6.

Figure 6. Bubbles size distribution: experimental and estimated values. Test 6.

5. CONCLUSIONES

Es posible caracterizar la distribución de tamaño de burbujas presentes en una celda de flotación de laboratorio. Para la medición de estos tamaños se utiliza un dispositivo de toma de muestras basado en el diseño original de Chen *et al.*[8], que incluye

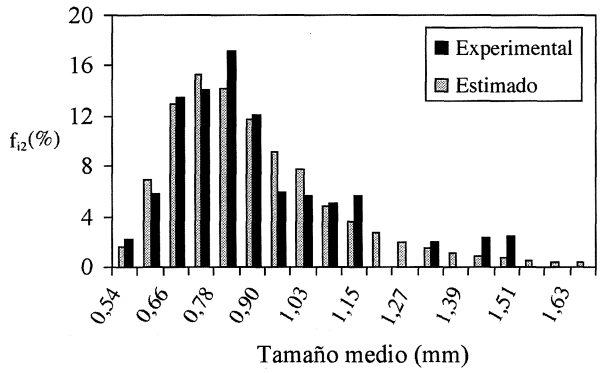

Figura 7. Distribución de tamaño de burbujas: valores experimentales y modelados. Prueba 7.

Figure 7. Bubbles size distribution: experimental and estimated values. Test 7.

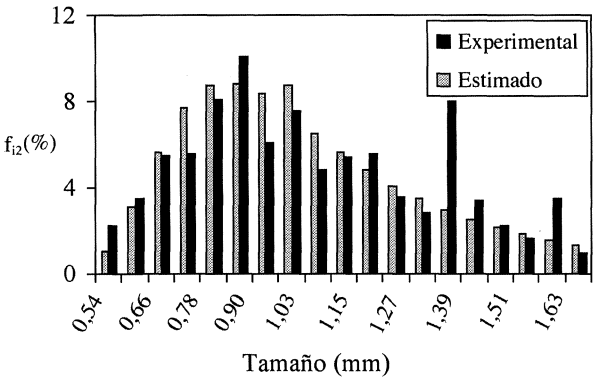

Figura 8. Distribución de tamaño de burbujas: valores experimentales y modelados. Prueba 2.

Figure 8. Bubbles size distribution: experimental and estimated values. Test 2.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons 3.0 España (by-nc)
http://revistademetalurgia.revistas.csic.es

una cámara de visualización que permite la filmación en un video de las burbujas que por ella pasan. La determinación de los tamaños de burbujas se realiza vía análisis de las imágenes obtenidas del video. Las distribuciones de dichos tamaños se expresan como distribución en superficie y se presentan como porcentaje acumulado bajo el tamaño (Fu_2) y como porcentaje retenido (f_{i2}).

Las distribuciones de tamaño de burbujas se pueden representar con un modelo único, dado que éstas presentan una forma, tanto en su versión retenida (f_{i2}) como acumulada (Fu_2), equivalente para todas las pruebas.

Tras probar con 24 modelos alternativos, el modelo que mejor representa la distribución en superficie del tamaño de burbujas, corresponde a una ecuación empírica utilizada en separación por medios densos para la determinación de la función de partición corregida[15]. Este modelo se presenta como ecuación (8) y consta de dos parámetros: x_{50} que corresponde al tamaño bajo el cual se encuentra el 50% de la superficie de burbujas y l que es un parámetro de ajuste a determinar para cada prueba.

Los indicadores de bondad de ajuste utilizados, corresponden a los coeficientes de correlación para el porcentaje acumulado bajo tamaño y para el porcentaje retenido. El coeficiente de correlación promedio de todas las pruebas realizadas es de 0,999 para las distribuciones acumuladas y de 0,912 para las distribuciones retenidas.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile (CONICYT), por el financiamiento, a través del Proyecto FONDECYT N° 1030807, del trabajo de investigación que permitió esta publicación.

REFERENCIAS

[1] J.A. FINCH, J. XIAO, C. HARDIE y C.O. GÓMEZ, *Miner. Eng.* 13 (2000) 365-372.
[2] J.A. FINCH Y G.S. DOBBY, *Column Flotation*, Ed. Pergamon Press, Oxford, England, 1990, pp. 22-24.
[3] B.K. GORAIN, J.P. FRANZIDIS Y E.V. MANLAPIG, *Miner. Eng.* 8 (1995) 615-635.
[4] B.K. GORAIN, J.P. FRANZIDIS Y E.V. MANLAPIG, *Miner. Eng.* 8 (1995). 1557-1570.
[5] B.K. GORAIN, J.P. FRANZIDIS Y E.V. MANLAPIG, *Miner. Eng.* 9 (1996) 639-654.
[6] J. YIANATOS, L. BERGH, P. CONDORI Y J. AGUILERA, *Miner. Eng.* 14 (2001)1.033-1.046.
[7] J.P. TUCKER, D.A. DEGLON, J.P. FFRANZIDIS, M.C. HARRIS Y C.T. O'CONNOR, *Miner. Eng.* 7 (1994) 667-680.
[8] F. CHEN, C. GÓMEZ, Y J. FINCH, *Miner. Eng.* 14, (2001) 427-432.
[9] S. BANISI Y J.A FINCH, *Miner. Eng.* 7 (1994) 1.555-1.559.
[10] M. XU Y J.A. FINCH, Vol. 5, N°1, 1988, pp. 43-44.
[11] G. VALLEBUONA, C. SUAZO Y A. CASALI, *Proc. COPPER 2003, Vol. III-Mineral Processing*, Santiago, Chile, 2003, C. Gomez and C. Barahona (Eds.), 2003, pp. 211-224.
[12] R. GRAU Y K. HEISKANEN, *Miner. Eng.*. 15 (2002) 507-513.
[13] R. GRAU Y K. HEISKANEN, *Miner. Eng.* 16 (2003) 1.081-1.089.
[14] C. GÓMEZ, J. HERNÁNDEZ-AGUILAR, G. MCSORLEY, P. VOIGT Y J. FINCH, *Proc. COPPER 2003, Vol. III-Mineral Processing*, Santiago, Chile, 2003, C. Gomez and C. Barahona (Eds.), 2003, pp. 225-240.
[15] R. P. KING, *Modeling & Simulation of Mineral Processing Systems*, Ed. Butterworth Heinemann, Oxford, England, 2001, pp. 239.

(c) Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Licencia Creative Commons 3.0 España (by-nc)
http://revistademetalurgia.revistas.csic.es