

# Análisis comparativo de modelos de bloques rígidos triangulares en el estudio mecánico de procesos de estirado por límite superior<sup>(\*)</sup>

E.M. Rubio\*, R. Domingo\*, C. González\* y A. Sanz\*\*

**Resumen** El principal objetivo de este trabajo es determinar el modelo geométrico más favorable para realizar el estirado de pletinas. Para alcanzar dicho objetivo se llevó a cabo un análisis comparativo de algunas de las posibles configuraciones geométricas y cinemáticas del material situado en la zona de deformación. Concretamente, se tomaron diversos modelos de bloques rígidos triangulares, se calculó, para cada uno de ellos, la energía total involucrada en el proceso y se realizó una estimación de sus distintas componentes. El cálculo de la energía se ha acometido aplicando el Teorema del Límite Superior bajo las hipótesis de deformación plana y rozamiento de semiadherencia. Adicionalmente, a partir de las configuraciones seleccionadas, se ha establecido el rango de utilización preferente de este tipo de procesos de estirado.

**Palabras clave** Estirado. Límite superior. Deformación plana. Bloques rígidos triangulares. Rozamiento de semiadherencia.

## Comparative analysis of triangular rigid zone models in the mechanical study of drawing processes by upper bound

**Abstract** To study the optimised geometrical configuration to carry out mechanical drawing of plates is the main objective of this paper. To accomplish this objective, a comparative analysis of some suitable geometrical and kinematic configurations of the material located in the deformation zone has been made. Concretely, several triangular rigid zone models have been chosen, for each one, the overall energy involved in the process have been calculated and an estimation of its different components has been made. The calculation of the energy has been achieved applying the Upper Bound Theorem under plane strain and partial friction conditions. In addition, the range of use for the selected configurations has been established.

**Keywords** Plate drawing. Upper bound method. Plane strain. Triangular rigid zones. Sticking friction.

## 1. INTRODUCCIÓN

El estudio teórico de los procesos de conformado por deformación plástica se ha venido utilizando mucho a partir de los años cuarenta del siglo pasado, existiendo un abundante número de trabajos en este campo<sup>[1]</sup>.

La aplicación de dichos métodos analíticos y numéricos a procesos concretos permite el estudio de los efectos debidos a los principales parámetros del mismo<sup>[2]</sup>, así como el diseño y optimización de

equipos y utillajes<sup>[3]</sup>. También existen trabajos alternativos analítico-experimentales que estudian los procesos de estirado en frío, en su condición de tratamiento mecánico<sup>[4]</sup>.

El proceso de estirado comenzó a disponer de modelos teóricos suficientemente desarrollados gracias a las aportaciones de Davis<sup>[5]</sup> y de Hill<sup>[6]</sup>, así como con la inclusión de los efectos del rozamiento debidos a Baron<sup>[7]</sup> y Green<sup>[8]</sup>. Por su parte, la vía experimental fue empleada por varios investigadores, destacando en este campo los trabajos de Wistreich<sup>[9]</sup>.

(\*) Trabajo recibido el día 2 de abril de 2003 y aceptado en su forma final el día 29 de marzo de 2004.

(\*) Departamento de Ingeniería de Construcción y Fabricación. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. UNED. C/ Juan del Rosal, 12. 28040 Madrid.

(\*\*) Departamento de Materiales y Producción Aeroespacial. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Aeronáuticos. Universidad Politécnica de Madrid. Plaza del Cardenal Cisneros, 3. 28040 Madrid.

La complejidad intrínseca de estos procesos y la gran cantidad de factores involucrados en los mismos han impedido desarrollar un método analítico que posibilite la obtención de soluciones exactas. Ahora bien, actualmente, el empleo de métodos numéricos, tales como el Método de los Elementos Finitos, permite lograr elevados niveles de precisión y de detalle en el análisis de estos procesos<sup>[1]</sup>.

Pese a ello, han seguido desarrollándose diversos métodos analíticos que, en grado mayor o menor, de significación facilitan soluciones eficientes, tanto cualitativa como cuantitativamente, a los principales procesos industriales de conformado por deformación.

De ellos, en este trabajo, se ha considerado una particularización geométrico-cinemática del Método del Límite Superior, conocido como variante de Bloques Rígidos Triangulares que permite alcanzar soluciones bastante precisas y con gran capacidad de análisis de los principales factores del estirado, si bien, únicamente, en supuestos de deformación plana.

El modelo de bloque rígido se basa en considerar que el efecto de cizalladura que provoca la deformación del material sucede, únicamente, en las rectas que los delimitan, ya que es a lo largo de dichas líneas donde existen discontinuidades de velocidad. El resto de los puntos que conforman cada bloque se mueven a la misma velocidad y con la misma dirección.

El estudio se realiza, concretamente, mediante la aplicación del Teorema del Límite Superior bajo las hipótesis de deformación plana y rozamiento de semiadherencia. Las principales razones que han llevado a la elección de este método son:

- Proporciona una cota superior de la potencia necesaria para llevar a cabo un determinado proceso de estirado.
- Posibilita la discriminación de las distintas componentes de la energía, así como la valoración del rozamiento en términos tecnológicos.
- Permite la optimización de la geometría del modelo seleccionado compatible con los criterios cinemáticos.
- Admite la incorporación de un modelo de rozamiento sencillo.
- Resulta fácil de aplicar y no requiere grandes recursos de cálculo.

Con ello se puede disponer de capacidad suficiente de análisis para la toma de decisiones tecnológicas tales como: selección de equipos y materia-

les, determinación de potencias y cálculo resistivo de matrices y elementos involucrados en el proceso.

Además, el Teorema del Límite Superior ha sido ya empleado, satisfactoriamente, en el análisis de otros procesos de conformado plástico como, por ejemplo, los llevados a cabo por Park<sup>[10]</sup> sobre forja, o los de Slater<sup>[11]</sup>, Sahoo<sup>[12 y 13]</sup>, Wu<sup>[14]</sup> y Kar<sup>[15]</sup> sobre extrusión.

En el presente trabajo se desarrolla la aplicación de este método al análisis del estirado, procediéndose al estudio comparativo entre diferentes alternativas geométricas y llegando a un modelo optimizado mediante el que, posteriormente, se desarrollan diversos aspectos asociados a la evaluación tecnológica del proceso, incluyendo la metodología para la determinación de los rangos de utilización preferente en estos procesos. También se obtienen, el valor del ángulo óptimo de la matriz para cada relación de sección y la contribución, en cada caso, de las principales componentes de la energía, a saber: término de deformación homogénea, efecto de la distorsión interna y componente debida al rozamiento.

Una vez elegido el método de análisis, justificadas las razones para su elección y enunciadas las hipótesis que se tomarán para el estudio, se van a mostrar a continuación los modelos geométricos que se usarán en el mismo.

## 2. MODELOS DE BLOQUES RÍGIDOS

En el proceso de estirado de pletinas metálicas bajo la hipótesis de deformación plana, se consigue pasar de una sección  $w \cdot h_i$  a otra de valor  $w \cdot h_f$  (Fig. 1) siendo  $w$  el ancho de la pieza y  $h_i$  y  $h_f$  los espesores de la misma en los estados inicial y final

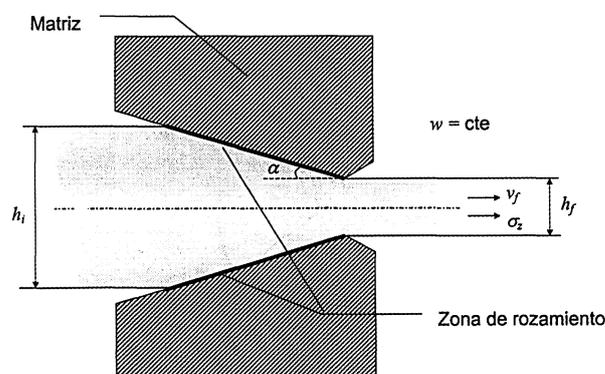


Figura 1. Configuración geométrica del proceso de estirado.

Figure 1. Geometrical layout of drawing process.

del proceso; relacionados mediante la reducción de sección  $r = 1 - (h_f/h_i)$ .

Como se ha indicado, el modelo empleado para simular el proceso de deformación es del tipo de bloque rígido y, concretamente, se van a considerar dos alternativas: modelos con uno y con dos bloques rígidos triangulares.

### 2.1. Modelo con un bloque triangular

Se denomina modelo de un bloque rígido triangular al representado en la figura 2. En ella, pueden apreciarse tres zonas diferentes, 1: material sin deformar; 2: material en la zona de deformación; y, 3: material deformado.

El triángulo ABC, con el que se modeliza la zona de deformación, quedará perfectamente determinado una vez fijados los parámetros  $l$ ,  $\alpha$ ,  $\theta$ ,  $\varphi$  y la distancia entre los puntos B y O.

### 2.2. Modelo con dos bloques rígidos

Frente al modelo anterior, y siguiendo los comentarios de Rowe<sup>[16]</sup> en los que se advierte la analogía existente entre los modelos de bloques rígidos y los campos de líneas de deslizamiento, en este trabajo, se propone un modelo de dos bloques rígidos triangulares para reducciones  $r = r_0$  definidas, en función del semiángulo  $\alpha$  de la matriz, por :

$$r_0 = \frac{2 \operatorname{sen} \alpha}{1 + 2 \operatorname{sen} \alpha} \quad (1)$$

Con este modelo, y según se observa en la figura 3, se pueden identificar cuatro zonas diferentes dadas por: el material sin deformar, 1; el material que está siendo deformado, 2 - 3; el material ya deformado, 4. Las zonas 2 y 3 se modelizan por medio de dos bloques rígidos triangulares dados por ABC y BDC.

En este caso, cabe señalar que el único parámetro del problema es el semiángulo  $\alpha$  y que el punto

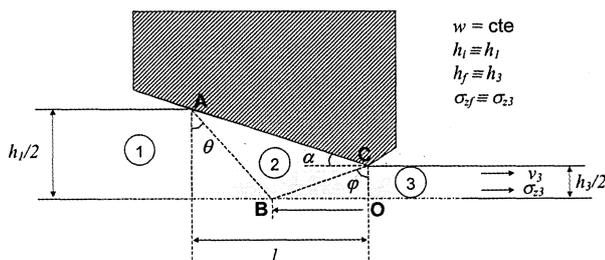


Figura 2. Modelo de un bloque rígido triangular.

Figure 2. Triangular rigid one zone model.

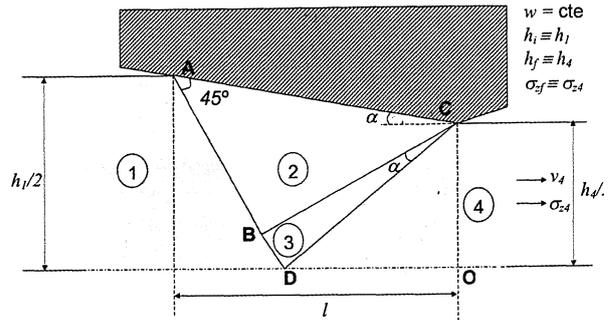


Figura 3. Modelo de dos bloques rígidos triangulares.

Figure 3. Triangular rigid two zones model.

D se encuentra exactamente a una distancia  $h_f/2$  del punto O.

### 3. ANÁLISIS Y VALIDACIÓN DE LOS MODELOS

Aplicando el Teorema del Límite Superior para el caso de un bloque y suponiendo deformación plana y rozamiento de semiadherencia se obtiene para la potencia de deformación la siguiente expresión:

$$\dot{W}_T = \sigma_f w h_f v_f = 2w [k \overline{AB} \Delta v_{12} + k \overline{BC} \Delta v_{23} + m k \overline{AC} v_2] \quad (2)$$

donde:  $\dot{W}^\&$ , es la potencia necesaria para realizar el proceso,  $\sigma_{zf}$ , la tensión final de estirado,  $w$ , el ancho de la pieza,  $k$ , la tensión de plastificación a cortadura pura,  $k \overline{AB} \Delta v_{12}$  y  $k \overline{BC} \Delta v_{23}$ , los efectos mecánicos producidos en las rectas de discontinuidad  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$ , respectivamente, y  $m k \overline{AC} v_2$ , el efecto de rozamiento entre el material en la zona de deformación y la matriz a lo largo de  $\overline{AC}$  (Fig. 2). Por último, cabría aclarar que  $m$  es el coeficiente de rozamiento de semiadherencia y  $v_{ij}$  representa las velocidades relativas entre los bloques  $i$  y  $j$ .

Teniendo en cuenta la simetría del problema y las relaciones geométricas y cinemáticas que existen entre los segmentos y las velocidades relativas recogidas en la expresión (2), se llega a:

$$\left( \frac{\sigma_f}{2k} \right) = \frac{l}{\left[ \frac{l}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{z}{h_f/2} \right]} \quad (3)$$

$$\left\{ (2-r) \frac{z^2}{(h_f/2)^2} - \frac{2r}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{z}{(h_f/2)} + \frac{r^2}{(1-r) \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{2-r}{1-r} + \frac{mr}{(1-r) \operatorname{sen}^2 \alpha} \right\}$$

donde,  $z$ , es la distancia del vértice B al punto O.

La expresión (3) resulta especialmente interesante a la hora de analizar las distintas alternativas

existentes en cuanto a la geometría y la cinemática de los problemas de estirado, puesto que, para una matriz de estirado concreta, una determinada reducción y un valor del coeficiente de semiadherencia dado, la expresión anterior es, sólo, función de  $z$  (Fig. 2).

Además, su análisis dimensional permite identificarla como la energía específica total por unidad de volumen necesaria para llevar a cabo el proceso de estirado de una pletina bajo condiciones de deformación plana, sin más que multiplicar por el valor  $2k$ .

La potencia total  $\dot{W}_T$ , necesaria para llevar a cabo la reducción de espesor de las pletinas, puede considerarse compuesta por los siguientes términos:

$$\dot{W}_T = \dot{W}_{DH} + \dot{W}_{DI} + \dot{W}_{RZ} \quad (4)$$

Donde:  $\dot{W}_{DH}$  es la potencia debida a la deformación homogénea,  $\dot{W}_{DI}$  la correspondiente a la distorsión interna y  $\dot{W}_{RZ}$  la disipada por efecto del rozamiento.

Si la ecuación (4) se escribe en términos adimensionales se obtiene la siguiente expresión:

$$\left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_T = \left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_{DH} + \left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_{DI} + \left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_{RZ} \quad (5)$$

que resulta muy práctica, al permitir calcular la energía total necesaria para llevar a cabo el estirado mecánico de una pletina, una vez fijado el material de trabajo ( $k$ ) y conocidas las dimensiones y, por tanto, el volumen de la preforma de partida.

Teniendo en cuenta que el término  $\left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_{DH}$  puede expresarse en función de la reducción como:

$$\left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_{DH} = \ln \frac{1}{1-r} \quad (6)$$

y que, por su parte, el término de distorsión interna se puede expresar mediante:

$$\left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_{DI} = \frac{1}{\left[\frac{1}{\text{tg}\alpha} + \frac{z}{h_f/2}\right]} \quad (7)$$

$$\left\{ (2-r) \frac{z^2}{(h_f/2)^2} - \frac{2r}{\text{tg}\alpha} \frac{z}{h_f/2} + \frac{r^2}{(1-r)\text{tg}^2\alpha} + \frac{2-r}{1-r} \right\} - \ln \frac{1}{1-r}$$

y, el debido al rozamiento, por:

$$\left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_{RZ} = \frac{1}{\left[\frac{1}{\text{tg}\alpha} + \frac{z}{h_f/2}\right]} \left\{ \frac{mr}{(1-r)} \frac{1}{\text{sen}^2\alpha} \right\} \quad (8)$$

Si siguiendo un proceso similar al que se acaba de exponer, se obtiene la expresión de la potencia necesaria para el modelo de dos bloques, esto es:

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \sigma_f w h_f v_f = \quad (9) \\ &= 2w [k\overline{AB}\Delta v_{12} + k\overline{BD}\Delta v_{13} + k\overline{BC}\Delta v_{23} + k\overline{DC}\Delta v_{34} + mk\overline{AC}v_2] \end{aligned}$$

En principio, este modelo tiene la ventaja frente al de un bloque, de que el término  $\left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_T$  obtenido a partir de la ecuación (9) sólo depende de  $\alpha$  y de  $m$ , ya que, fijado el ángulo, quedan determinados la reducción y la posición del punto D.

Los valores de  $\left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_T$  calculados por medio de las expresiones (2) y (9) para el caso de ausencia de rozamiento se han recogido en la tabla I bajo el nombre de TLS (Teorema del Límite Superior). En ella, puede apreciarse que los resultados se encuentran muy próximos para los dos modelos de bloques rígidos ensayados; en cualquier caso, las diferencias no superan el 4 %.

También, se han recogido en dicha tabla, bajo la denominación de CLD (Campos de Líneas de Deslizamiento), los valores obtenidos por medio de la expresión (10) empleando el método de campos de líneas de deslizamiento<sup>[16]</sup>.

$$\left(\frac{\sigma_f}{2k}\right)_T = r(1+\alpha) \quad (10)$$

Adviértase, además, que, comparando las soluciones obtenidas por medio del TLS con las obtenidas por CLD, más complejas y contrastadas, los resultados obtenidos por uno y otro método son congruentes y se ajustan adecuadamente a los contenidos en la bibliografía clásica de estos temas [6, 8 y 16-19].

Como puede apreciarse en la tabla I, el modelo de dos bloques rígidos constituye una muy buena modelización del caso de estirado si bien, incorpora un cierto aumento de complejidad. Aunque este

**Tabla I.** Comparación de valores de tensión de estirado para las distintas teorías

*Table I.* Comparison of drawing stress values for different theories

$\alpha$	$r_0$	$\left(\frac{\sigma_{xf}}{2k}\right)$		
		CLD	TLS	
			UN BLOQUE	DOS BLOQUES
5°	0,148	0,160915	0,160948	0,161557
6°	0,173	0,191117	0,191178	0,192226
7°	0,196	0,219946	0,220056	0,221705
8°	0,218	0,248439	0,248620	0,251068
9°	0,238	0,275385	0,275664	0,279126
10°	0,258	0,303029	0,303440	0,308188
11°	0,276	0,328988	0,329568	0,335872
12°	0,294	0,355575	0,356371	0,364581
13°	0,31	0,380337	0,381395	0,391846
14°	0,326	0,405657	0,407036	0,420167
15°	0,341	0,430274	0,432036	0,448301

modelo será objeto de desarrollo y análisis más detallado en otros trabajos, en este, se va a emplear el modelo de un único bloque rígido dada su mayor sencillez y su aceptable precisión.

#### 4. ANÁLISIS DEL MODELO SELECCIONADO

##### 4.1. Estudio de configuraciones geométricas

Una vez seleccionado el modelo de un bloque rígido triangular, se procedió al cálculo de la energía total adimensional para cada una de las posibles combinaciones de valores recogidos en la tabla II.

Algunos de los resultados obtenidos se representan en las gráficas de la figura 4.

Se ha podido comprobar que  $B_2^*$  se encuentra muy próximo a  $B_2$ , por lo que la energía específica

**Tabla II.** Configuraciones geométricas y valores de los parámetros ensayados

*Table II.* Tried geometrical layouts and values of parameters

$OB_p$	$\alpha$	$m$
$OB_0 = 0$		
$OB_1 = 0,25 l$		
$OB_2 = 0,5 l$		
$OB_2^* = h_f/2$	5° 15°	0 0,1
$OB_3 = 0,75 l$		
$OB_4 = l$		

total es similar, en ambos casos. Esta es la razón por la que no se ha señalado expresamente el valor de  $B_2^*$  en la figura 4.

Analizando las gráficas puede verse que, en general, en ausencia de rozamiento la energía total es menor cuando B ocupa la posición  $B_2$  y que, conforme aumentan el ángulo y el coeficiente de rozamiento, el valor mínimo de la energía se va desplazando hasta encontrarse entre  $B_2$  y  $B_3$ . En cualquier caso, la peor de las situaciones estudiadas se da cuando el vértice se encuentra en el punto O.

También, se comprobó que, en ausencia de rozamiento, dada una determinada matriz y, por tanto, fijado el valor de  $\alpha$ , realizar reducciones mayores y menores que  $r_0$ , es decir, diferentes a la que le correspondería a ese determinado valor del semiángulo, conlleva un aumento de la energía total involucrada en el proceso al aumentar la energía debida a la distorsión interna, tanto para valores mayores como menores del semiángulo tomado (Fig. 5).

Cuando se considera rozamiento, para realizar reducciones menores que  $r_0$ , se necesitaría aportar menos energía que si se hace con su ángulo correspondiente. Para reducciones mayores ocurre lo contrario; llegándose a situaciones en las que, si el rozamiento aumenta, la reducción deseada es imposible de alcanzar o se encuentra restringida la posición del vértice B a determinadas zonas (generalmente, las comprendidas entre  $B_2$  y  $B_3$ ).

Esto, se debe a que, para los ángulos con los que se está trabajando, la energía producida por la distorsión interna es mayor cuando se aleja del semiángulo  $\alpha$  correspondiente a la reducción realizada, mientras que la energía específica de rozamiento disminuye para ángulos mayores, tal y como se aprecia en la figura 6.

Por comodidad en la construcción del modelo, se tomará, como configuración geométrica más favorable para llevar a cabo el estirado de pletinas, la posición  $B_2$  ya que las variaciones encontradas en el valor de la energía, con y sin rozamiento, son muy pequeñas, tanto si B se sitúa en  $B_2$  como en  $B_2^*$ .

##### 4.2. Estudio de sensibilidad

Con la intención de determinar la estabilidad de la configuración geométrica seleccionada, se calculó la energía total adimensional sin rozamiento para perturbaciones del vértice B del triángulo en torno a  $B_2$ . Esto se realizó para valores del semiángulo  $\alpha$  comprendidos entre 1° y 30° y un

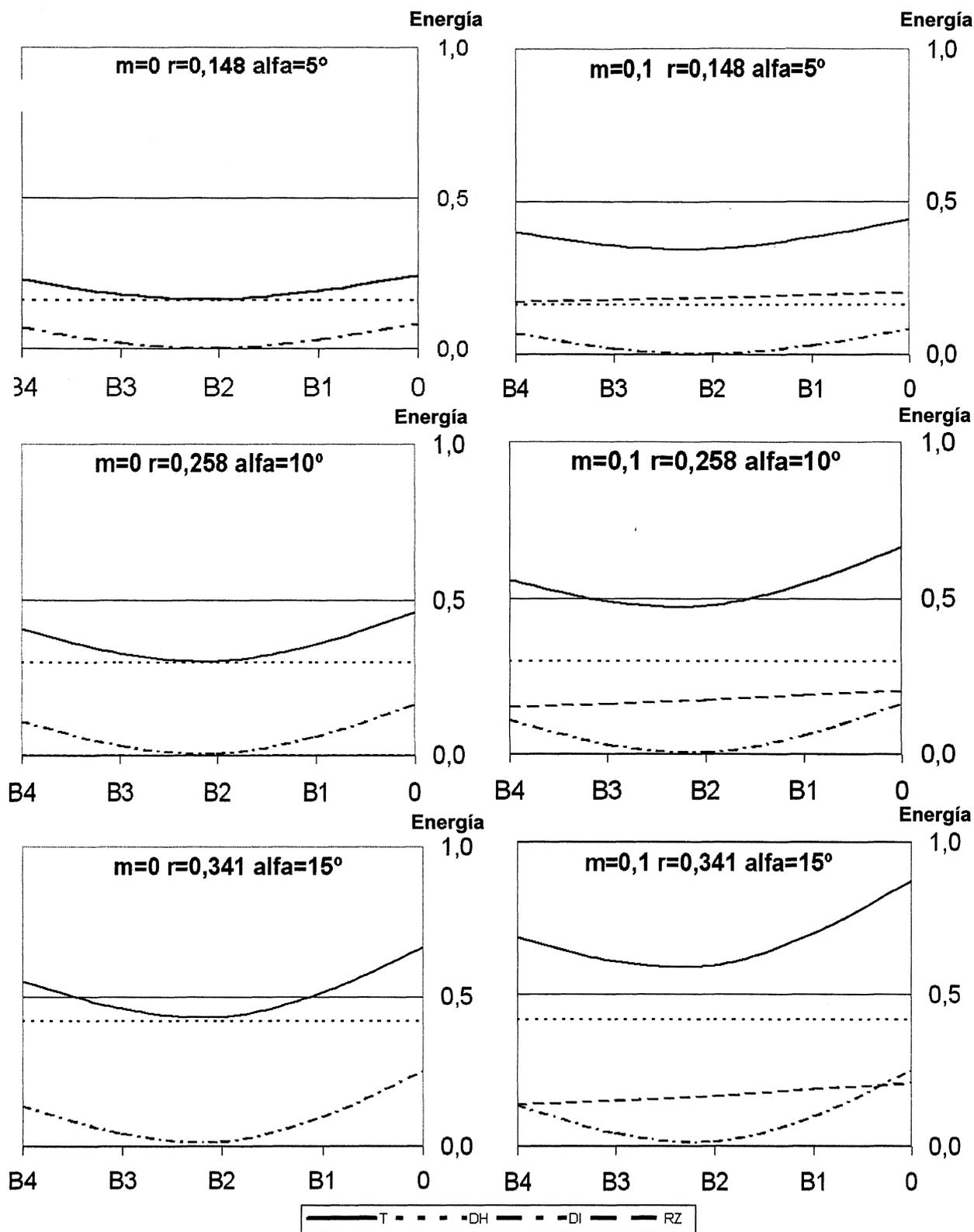
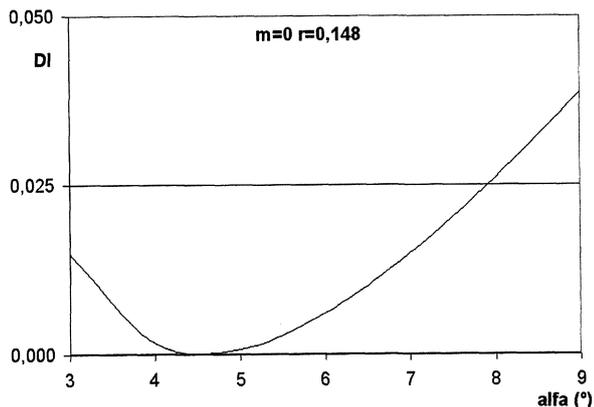


Figura 4. Energía para distintas posiciones del punto B.

Figure 4. Overall energy for different situations of point B.

amplio abanico de reducciones, alcanzándose resultados como los mostrados en la figura 7.

En estas gráficas se puede comprobar que las diferencias son inapreciables para oscilaciones



**Figura 5.** Variación de la energía de distorsión interna vs.  $\alpha$ .

Figure 5. Variation of distortion energy vs.  $\alpha$ .

respecto de la posición de  $B_2$  de, hasta, un 20 % de la longitud total de la matriz ( $l$ ) y reducciones de sección, hasta del 30 %.

En la figura 8 se han representado las diferentes posiciones del punto B para las que se ha calculado el valor de la energía. La tabla III recoge las diferencias relativas máximas encontradas entre los valores de la energía calculados con B, en  $B_2$ , y con B, en cada uno de los puntos dibujados en la figura 8.

El análisis de los datos recogidos en la tabla III permite constatar la robustez de la geométrica elegida frente a variaciones de la posición de B en torno a  $B_2$ .

**Tabla III.** Diferencia relativa máxima en (%) entre la energía calculada con B en  $B_2$  y en otras posiciones en torno a  $B_2$

Table III. Maximum relative difference in (%) between energy calculated with B in  $B_2$  and in different positions around  $B_2$

r	$(\bar{E}_{T en B_2} - E_{T en \% i}) / E_{T en B_2}$					
	-0,2 l/2	-0,1 l/2	-0,05 l/2	0,05 l/2	0,1 l/2	0,2 l/2
0,15	6,95	1,70	0,58	0,76	2,00	7,91
0,30	16,12	5,21	1,86	1,00	1,09	9,23
0,45	22,04	8,13	3,28	1,58	1,62	5,59
0,60	26,88	10,93	4,76	3,17	4,52	3,95

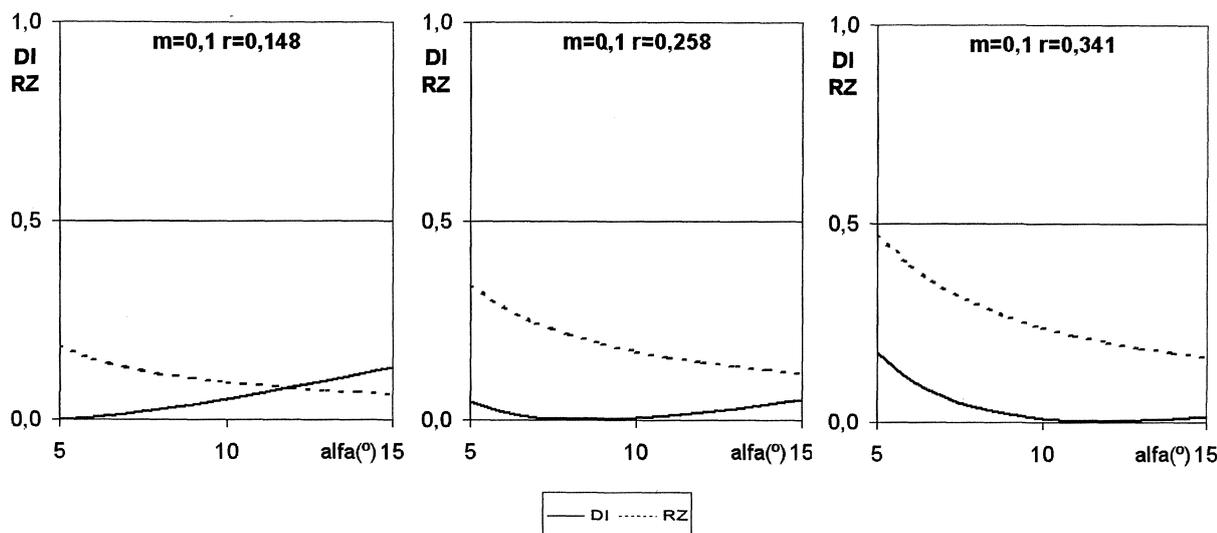
## 5. RANGO DE UTILIZACIÓN

Fijado el modelo y analizada su sensibilidad se ha calculado, para situaciones en que existe rozamiento nulo o débil, la energía total adimensional para realizar distintas reducciones comprendidas entre 0,1 y 0,4.

Como ejemplo, se muestran en forma de gráfica (Fig. 9), los valores extremos obtenidos en el estudio realizado con rozamiento débil y nulo, para los anteriores casos mencionados.

Observando estas gráficas se puede comprobar que:

- Los ángulos más adecuados para llevar a cabo el estirado de pletinas se encuentran entre los valores  $5^\circ \leq \alpha \leq 15^\circ$ .



**Figura 6.** Variación de la energía de rozamiento y de distorsión interna vs.  $\alpha$ .

Figure 6. Variation of friction and distortion energy vs.  $\alpha$ .

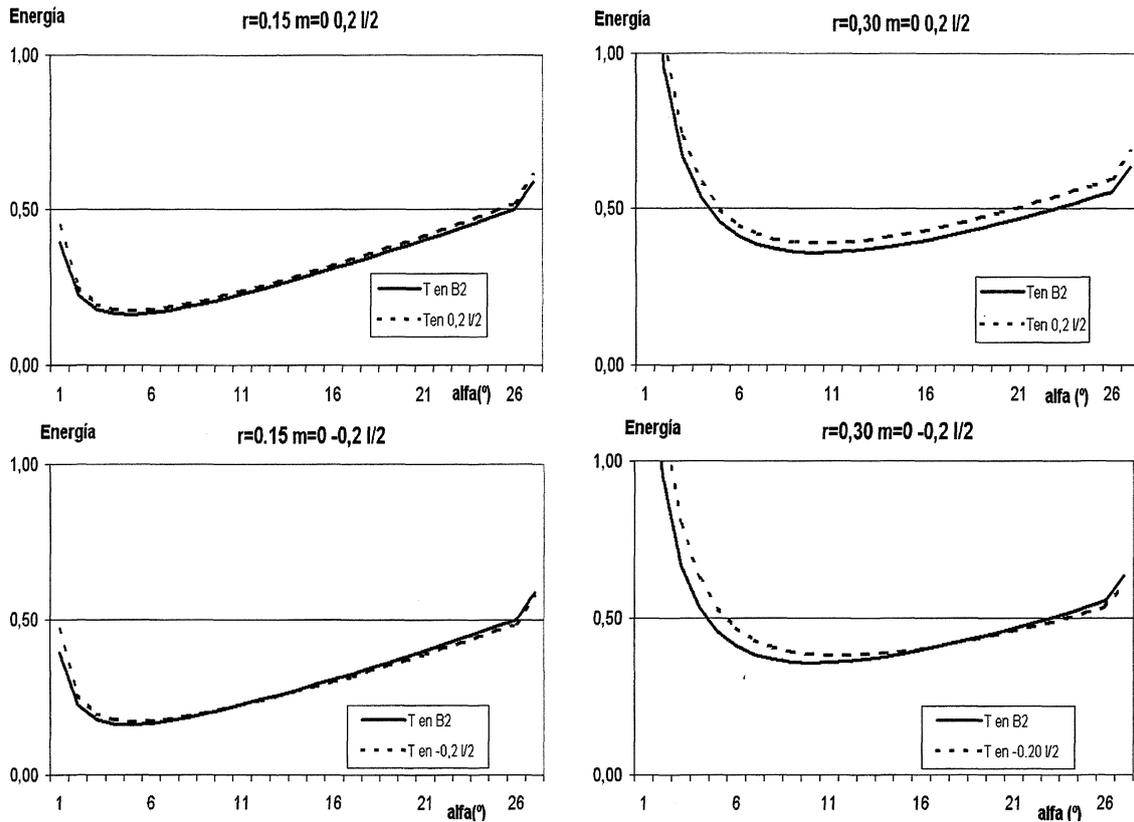


Figura 7. Sensibilidad del modelo.

Figure 7. Sensibility of the model.

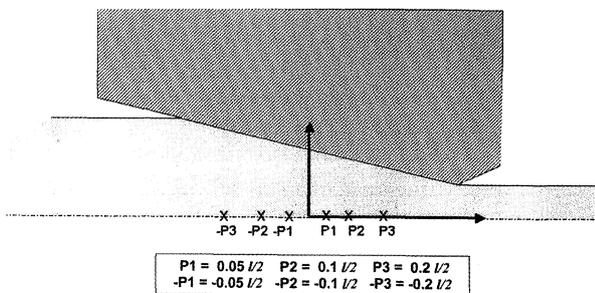


Figura 8. Diferentes posiciones del punto B para las que se ha calculado el valor de la energía.

Figure 8. Different point B positions where the energy value has been calculated.

- Para cada reducción,  $r$ , existe un semiángulo de la matriz óptimo,  $\alpha_{opt}$ , para realizar el proceso.
- Alrededor de cada  $\alpha_{opt}$  puede definirse un intervalo de valores que constituyen el rango específico de utilización más idóneo para el estirado con las reducciones deseadas.

En la tabla IV se han establecido los rangos de utilización óptimos para las reducciones analizadas en los casos de rozamiento descritos.

Tabla IV. Rango de utilización óptimo para distintas reducciones en situaciones de rozamiento nulo y débil

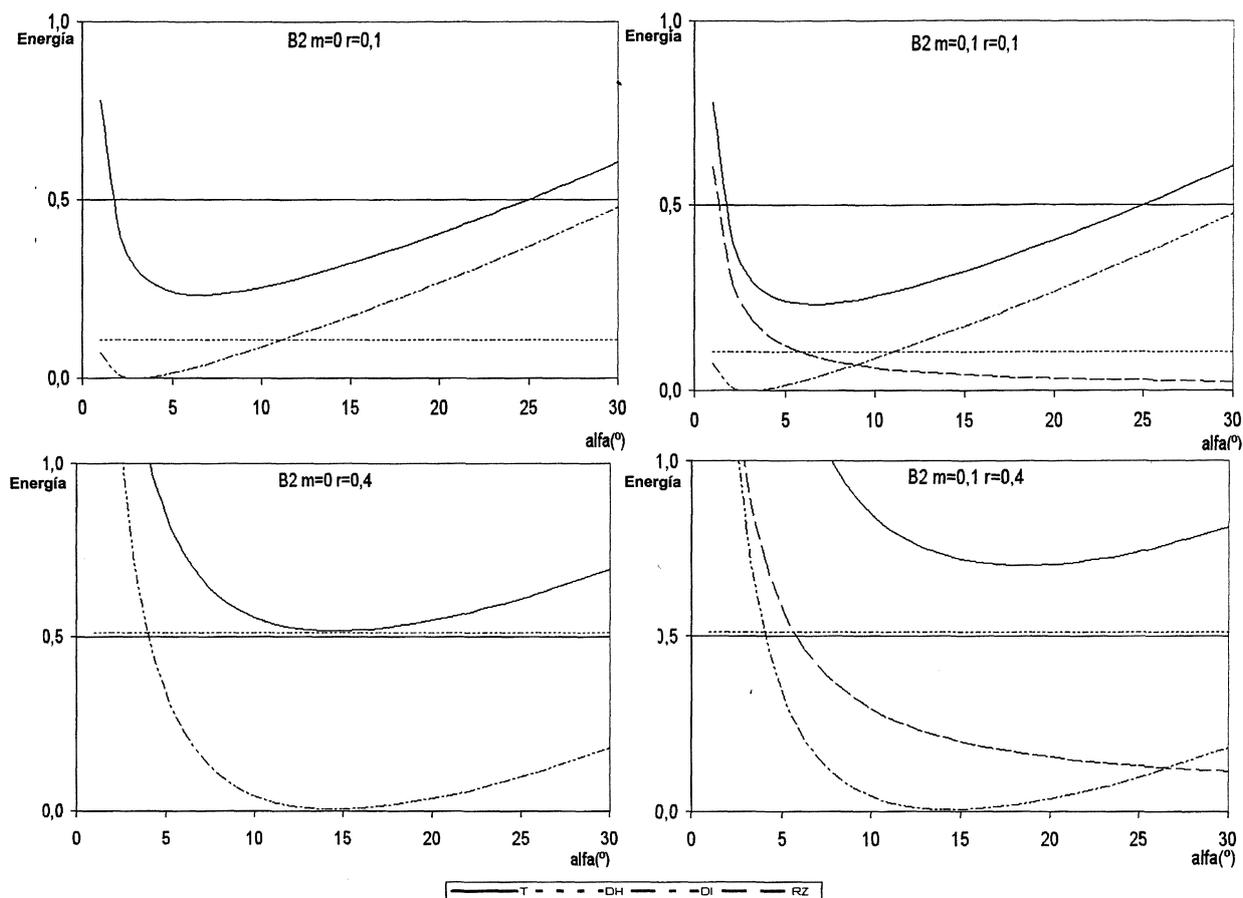
Table IV. Optimised range of use for different reductions in absence and weak friction situations

$r_o$ (%)	Valores óptimos del semiángulo de la matriz de estirado para el caso de ausencia de rozamiento	Valores óptimos del semiángulo de la matriz de estirado para el caso de ausencia de rozamiento
10	5° - 7°	5° - 9°
20	5° - 8°	8° - 14°
30	8° - 13°	12° - 17°
40	12° - 17°	16° - 20°

## 6. CONCLUSIONES

- El estudio del proceso de estirado mediante el método del análisis límite aporta resultados de gran utilidad tecnológica al proporcionar una

cota superior de la potencia necesaria para llevar a cabo el proceso, lo que va a permitir disponer de una evaluación de las características mecánicas en la toma de decisiones en



**Figura 9.** Energía frente al semiángulo de la matriz para reducciones del 10 y el 40 % en casos de rozamiento nulo y débil.  
*Figure 9. Energy vs. die semiangle for 10 and 40 % reductions in absence and weak friction cases.*

aplicaciones industriales. Además, permite emplear un modelo de rozamiento sencillo y obtener soluciones para todo el espectro de valores de los parámetros.

- La modelización de la zona de deformación puede llevarse a cabo con diferentes modelos de bloques rígidos triangulares. De ellos, el de un único bloque parece ser el más adecuado, en primera aproximación, por proporcionar unos resultados similares a los alcanzados empleando modelos más complejos y por presentar estabilidad frente a variaciones geométricas en la posición del vértice situado sobre el eje de simetría.
- Para cada reducción del espesor de pletina y cada valor del coeficiente de semiadherencia se determinó un valor del semiángulo de la matriz óptimo ( $\alpha_{opt}$ ) con el que llevar a cabo el estirado y el intervalo de semiángulos que permite establecer el rango de utilización más conveniente, en cada caso. Puede apreciarse que, para reducciones del 10 %, los intervalos de valores del semiángulo de la matriz son similares,

tanto en ausencia de rozamiento como con rozamiento débil ( $5^\circ$ - $9^\circ$  aproximadamente), mientras que para reducciones del 40 %, los valores óptimos del semiángulo aumentan, en cuanto el coeficiente de semiadherencia varía ligeramente.

## REFERENCIAS

- [1] M.A. SEBASTIÁN, J.M. PÉREZ y A.M. SÁNCHEZ-PÉREZ, *Deformación Metálica* 90 (1983) 29-37.
- [2] E.M. RUBIO, M.A. SEBASTIÁN y A. SANZ, *New Developments on Modelling and Manufacturing Process Control*, Vol. II, J.M. Torralba (Ed.), Madrid, 2001, pp. 899 - 906.
- [3] J.M. ARENAS, M.A. SEBASTIÁN, P. NÚÑEZ y C. GONZÁLEZ, *Rev. Metal. Madrid* 36 (2000) 366-374.
- [4] C.J. LUIS y GARCÉS, *Rev. Metal. Madrid* 38 (2002) 147-172.
- [5] E.A. DAVIS, y S.J. DOKOS, *J. Appl. Mech.* 66 (1944) A193.
- [6] R. HILL y S.J. TUPPER, *J. Iron Steel Inst. London* 159 (1948) 353.

- [7] H.G. BARON y F.C. THOMPSON, *J. Inst. Met.* 78 (1950-51) 415.
- [8] A.P. GREEN y R. HILL, *J. Mech. Phys. Solids* 36 (1952) 31-36
- [9] J.G. WISTREICH, *Proc. Inst. Mech. Eng.* 169 (1955) 654-670.
- [10] J.W. PARK, Y.H. KIM y W.B. BAE, *J. Mater. Proc. Tech.* 72 (1997) 94-101.
- [11] R.A.C. SLATER, *Engineering Plasticity: Theory and Application to Metal Forming Processes*, The MacMillan Press Ltd., London, 1977, pp. 363-375.
- [12] S.K. SAHOO, P.K. KAR y K.C. SINGH, *J. Mater. Proc. Tech.* 91 (1999) 105-110.
- [13] S. K. SAHOO, P.K. KAR y K.C. SINGH, *J. Mater. Proc. Tech.* 75 (1998) 75-80.
- [14] C.W.WU y R.Q. HSU, *Int. J. Mech. Sci.* 42 (2000) 473-486.
- [15] P.K. KAR y N.S. DAS, *Int. J. Mech. Sci.* 39 (1997) 925-934.
- [16] G.W. ROWE, *Principles of Industrial Metalworking Processes*, Edward Arnold, London, 1986, pp. 159-165.
- [17] H. FORD y J.M. ALEXANDER, *Advanced Mechanics of Materials*, 2<sup>nd</sup> Edition, Ellis Horwood Chichester, United Kingdom, 1977, pp. 537- 619.
- [18] B. AVITZUR, *Metal Forming: The Application of Limit Analysis*, Marcel Dekker, Inc., New York, USA, 1980, p. 224.
- [19] J. CHAKRABARTY, *Theory of plasticity*, Mac Graw-Hill, New York, USA, 1987, p. 791.