REVISTA DE METALURGIA, 42 (1)
ENERO-FEBRERO, 56-75, 2006
ISSN: 0034-8570

Modelación matemática del mezclado en hornos-cucharas agitadas con gas*

M. A. Ramírez-Argáez**, J. Tapia***, J. Espinoza***, y E. Alcantar***

Resumen

En este trabajo se simuló, matemáticamente, la inyección de aire en agua en modelo físico de una cuchara de acero industrial. Los cálculos se hicieron con la modelación de flujos bifásicos Euleriana, empleando principios de conservación de la cantidad de movimiento y de materia en ambas fases, para simular patrones de flujo turbulento y mezclado en inyecciones por el centro del reactor (céntricas) y fuera del centro (excéntricas). Se estudió el fenómeno de mezclado de un trazador y se analizó el efecto que tienen el flujo de gas, la posición del inyector, el número de inyectores y la geometría de la cuchara sobre el tiempo de mezclado. Se concluyó que la mejor manera de disminuir el tiempo de mezclado es inyectar el gas con un solo tapón colocado a 2/3 del radio con flujos altos de gas. Se demostró que incrementar el número de inyectores perjudica al mezclado. Además, se obtuvieron correlaciones cuantitativas del tiempo de mezclado en función del flujo de gas, número de tapones, posición del tapón, geometría del reactor y masa de líquido.

Palabras clave

Flujo de fluidos. Mezclado. Flujos bifásicos. Hornos-cuchara de acero. Inyección de gases.

Mathematical modelling of mixing in gas stirred ladles

Abstract

In this work injection of air into a water physical model of an industrial steel ladle was mathematically simulated. Calculations were developed based on a multiphase Eulerian fluid flow model involving principles of conservation of mass, momentum and chemical species on both phases in order to predict turbulent flow patterns and mixing times in both centric and eccentric injections. Mixing phenomena was addressed by injecting a tracer and it was analyzed the effect of the gas flow rate, injector position, number of injectors and geometry of the ladle on the mixing time. It was concluded that the optimum injection conditions is using a single injector at 2/3 of the radius with high gas flow rates. It is shown that incrementing the number of injectors is detrimental on mixing. Finally, quantitative correlations of mixing time as a function of gas flow rate, position of the injector, number of injectors, geometry of the ladle and mass of liquid were obtained.

Keywords

Fluid flow. Mixing. Multifluid model. Steel ladle. Gas injection.

---

* Trabajo recibido el día 4 de marzo de 2005 y aceptado en su forma final el día 23 de marzo de 2006.
** Profesor, Facultad de Química, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Facultad de Química, Edificio "D", Circuito de los Institutos S/N, CP 04510, Cd. Universitaria, Del Coyoacan, México, D.F., México; e-mail: marco.ramirez@servidor.unam.mx, Teléfono: + 52 (55) 56 22 52 46; Fax: + 52 (55) 56 22 52 28, México.
*** Alumnos de la Maestría en Metalurgia del Instituto Tecnologico de Morelia. Avenida Tecnológico No. 1500, Col. Lomas de Santiaguito, CP 58120, Morelia, Mich., México; Teléfono: 52 (443) 3121570 ext. 258; Fax: (443) 3121570 ext. 211, México.

1. INTRODUCCIÓN

La industria siderúrgica mexicana representa hoy en día el 2% del producto interno bruto nacional, 6% del industrial y 8% del manufacturero. La producción de acero genera ciento cincuenta mil empleos directos y quinientos mil empleos indirectos, exporta productos a cien países, y es el principal consumidor de energía eléctrica y gas natural después de la Comisión Federal de Electricidad, en México. Es el segundo usuario del ferrocarril, y ocupa el décimo quinto lugar a nivel mundial en la producción de acero y segundo a nivel Latinoamericano. Es decir, la importancia de esta industria para México salta a la vista con estas estadísticas dadas a conocer recientemente por CANACERO[1].

La fabricación de acero se compone básicamente de dos etapas:

1) La producción de acero líquido con la composición, temperatura y limpieza requerida;
2) La solidificación adecuada del acero líquido en máquinas de colada continua[2].

En la primera etapa de la fabricación de acero líquido existe una fase de fusión (en hornos eléctricos de arco) y otra de refinación (en hornos-cuchara). En la refinación, el acero sufre un tratamiento secundario o de refinación, donde se obtienen los requerimientos deseados en el producto y que es el motivo del presente trabajo. En este contexto de elevar la calidad del acero, la metalurgia del horno cuchara juega un papel importante en las acerías (refinación secundaria del acero), donde se practica la desulfuración, desoxidación, ajuste de la composición química y se homogeniza la temperatura, operaciones llamadas, de manera genérica en la literatura especializada, como "metalurgia secundaria" ó "metalurgia del horno cuchara". Para alcanzar un baño homogéneo en temperatura y composición, el acero en la cuchara es agitado, a menudo, por medio de gas inerte con los objetivos de:

— Homogeneizar química y térmicamente al baño.
— Mejorar la transferencia de calor durante el recalentamiento.
— Acelerar las reacciones entre el metal y la escoria.
— Remover las inclusiones no metálicas.

Además, la agitación del baño por medio de un gas inerte permite aumentar el rendimiento de las ferroaleaciones utilizadas, disminuyendo el tiempo total entre colada y colada, disminuyendo el contenido de gases disueltos como el hidrógeno (H_2) y nitrógeno (N_2), homogeneizando tanto la temperatura como la composición química en tiempos más cortos. Todos estos fenómenos están estrechamente relacionados con la agitación del baño líquido y son gobernados, principalmente, por la turbulencia y los mecanismos convectivos y difusivos de transporte de cantidad de movimiento, de materia y de energía. Sin embargo, a pesar de que el uso del burbujeo de argón para agitar el baño de acero en hornos cuchara es común y se conocen los beneficios asociados a la inyección de gases, hay ciertos aspectos que aún se requiere comprender para utilizar aquella adecuadamente. La falta de comprensión del proceso es debida a la naturaleza agresiva de la operación en estos reactores, lo cual impide una campaña experimental en planta que mida el mezclado y la remoción de inclusiones, solo por mencionar algunos aspectos poco entendidos actualmente. Entonces, el modelado matemático y el físico son herramientas de análisis de procesos muy populares, las cuales sirven para estudiar los fenómenos de transporte en este reactor.

En la actualidad los modelos matemáticos, validados con mediciones en planta o a partir de modelos físicos experimentales, representan una poderosa herramienta para el entendimiento, la optimización y el control de los procesos, así como para el diseño de otros nuevos.

En los últimos 20 años se han realizado varios trabajos de investigación para comprender la fenomenología y el comportamiento de la inyección de gas dentro del horno cuchara de acero y, así, poder optimizar el proceso, minimizando el tiempo de mezclado (tiempo durante el cual todo el baño líquido llega al rango de concentraciones de entre ± 5% de equilibrio y cuyo valor ha sido usado por varios investigadores dependiendo de la precisión del medidor[3]), entre otros aspectos. En estas investigaciones se han estudiado varios fenómenos como transferencia de calor[4], transferencia de masa[5], mezclado del baño líquido[3, 6 y 7], ascenso de las burbujas[8], formación de una pluma de flujo turbulento[9], etc.

Los diferentes estudios realizados hasta ahora se dividen en tres grandes categorías según Mazumdar[10]:

— Estudios de modelado físico basados en criterios de similitud geométrica, dinámica y cinemática y que se han abocado a estudiar la fluidinámica de hornos cuchara agitados con gas usando modelos de acrílico y agua (simulando acero) y aire (simulando argón). Además, se ha tratado de investigar en profundidad el mezclado de soluto y térmico, así como la estructura turbulenta y las características de la pluma de gas.
— Estudios de modelado matemático, los cuales resuelven las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y

energía para flujos bifásicos usando, primordialmente, dos aproximaciones:

- Un cálculo de flujo bifásico en donde se aplica un marco de referencia Euleriano y se resuelven las ecuaciones de conservación, tanto para la fase gas dispersa como para la fase líquida continua. La unión entre ambas fases se da en la interfase, donde se intercambia cantidad de movimiento (fricción), calor y masa.
- Un cálculo de los fenómenos de transporte para la fase líquida bajo un marco Euleriano, mientras que las burbujas se consideran como partículas individuales y su movimiento se asocia a la solución de una ecuación de trayectoria mediante un marco de referencia Lagrangiano.

— Estudios de modelado físico y matemático que han combinado ambas modelaciones para validar modelos matemáticos.

En este trabajo se desarrolló un modelo matemático riguroso y fundamental que describe los fenómenos de flujo de fluidos, y transferencia de masa en hornos cuchara de acero agitados por el fondo con argón, usando un marco de referencia Euleriano. En particular, este trabajo se enfoca a estudiar uno de los aspectos poco entendidos en este tipo de sistemas, como es el mezclado. En este trabajo se propone una correlación del tiempo de mezclado, como función de las principales variables del proceso, cuya resultante de dichos cálculos numéricos, no existe a la fecha.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

El modelo se realizó tomando como base un modelo físico de agua, a escala de 1/6, de un horno cuchara de 200 t de la empresa TAMSA. Dicho modelo físico se desarrolló para estudiar el fenómeno de mezclado de un soluto en el baño de acero líquido, haciendo simulación física. El modelo tiene forma cilíndrica por lo que se utilizó el sistema de coordenadas cilíndricas (r, ı, z).

De las suposiciones que se emplearon para hacer manejable el problema y poder resolver el sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que gobiernan el mezclado, destaca la presencia de una superficie libre plana y que la coalescencia y disgregación de burbujas no es tomada en cuenta, además de que la turbulencia puede ser representada por el modelo *K-Â* en 3D. El modelo de turbulencia se aplica únicamente al líquido.

Las ecuaciones de transporte gobernantes de la agitación de hornos-cuchara con gas que se deben resolver son:

a) La ecuación de continuidad para cada fase:

$$\frac{\partial(\rho_i R_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i V R_i) - \nabla \cdot (\rho_i D_t \nabla R_i) = 0 \qquad (1)$$

la cual, presenta un término poco común (tercer término) que representa la dispersión de burbujas en el líquido debido a la turbulencia. Adicionalmente, se debe de cumplir que la suma de fracciones volumétricas de la fase gas y de la fase líquida debe resultar 1, a través del dominio entero:

$$R_l + R_g = 1 \qquad (2)$$

b) Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento para ambas fases:

$$\frac{\partial \rho V}{\partial t} - \nabla \cdot \rho V V + \nabla \cdot \tau + \rho \vec{F}_b - \nabla P - \vec{F}_{fricc} \qquad (3)$$

con un término de flotación $(\rho \vec{F}_b)$, que promueve el ascenso de las burbujas de gas debido a que esta fase es menos densa que el líquido. Otro término es la fuerza de fricción $(\vec{F}_{fricc})$, que representa el intercambio de momento entre la fase gas (que está ascendiendo por fuerzas de flotación) y la fase líquida. Este término es de vital importancia puesto que el arrastre que ejerce el gas sobre el líquido es lo que mueve y agita al baño. Este término tiene la misma magnitud en ambas fases pero signos opuestos;

c) Ecuación de conservación de especies químicas:

$$\frac{\partial(R_l \rho_l C)}{\partial t} + \nabla \cdot (R_l \rho_l V C) = \nabla (R_l D_{ef} \nabla C) \qquad (4)$$

para determinar el tiempo de mezclado en fase líquida;

d) Dos ecuaciones representando al modelo *K-ε* de turbulencia, es decir, conservación de *K* y de .*ε*:

$$\rho_l \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l V_l K) = \qquad (5)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{\mu_{ef}}{\sigma_K} \nabla K \right) + R_l \rho_l (G - \varepsilon)$$

$$\rho_l \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l V_l \varepsilon) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_{ef}}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + R_l \rho_l \frac{\varepsilon}{K} (C_1 G - C_2 \varepsilon) \quad (6)$$

donde, G es un termino fuente definido por:

$$G = \mu_t \left\{ \left(\frac{\partial V_{Z,l}}{\partial r} + \frac{\partial V_{r,l}}{\partial Z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{Z,l}}{\partial \theta} + \frac{\partial V_{\theta,l}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r,l}}{\partial \theta} + \frac{\partial V_{\theta,l}}{\partial r} \right)^2 + 2 \left[\left(\frac{\partial V_{Z,l}}{\partial Z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{r,l}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_{\theta,l}}{\partial r} \right)^2 \right] \right\} \quad (7)$$

Además, la viscosidad turbulenta es función de la energía cinética turbulenta y de la disipación de energía cinética turbulenta, como se muestra a continuación:

$$\mu_t = \frac{\rho V \mu K^2}{\varepsilon} \quad (8)$$

y la viscosidad efectiva está dada como la suma de la viscosidad molecular y la turbulenta:

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t \quad (9)$$

Los valores de las constantes que figuran en las ecuaciones diferenciales del modelo *K-ε* (C_1, C_2, σ_K, σ_ε, y C_μ) se han determinado empíricamente y se emplearon valores estándar[11].

En cuanto a las condiciones de frontera, estas representan básicamente la condición de no deslizamiento y cero turbulencia en las paredes. En la superficie libre no hay corte y, por lo tanto, las derivadas de los parámetros turbulentos son cero. Asimismo, el gas escapa por la superficie libre. En el tapón poroso, el gas entra al sistema con una

Tabla I. Condiciones de frontera para el modelo de mezclado de agua y aire.

Table I. Boundary conditions for the mixing model air-water.

Parámetro	Plano de simetría	Pared del reactor	Fondo del reactor	Boquilla	Superficie libre
$V_{\theta,l}$	0	0	0	0	0
$V_{\theta,g}$	0	0	0	0	$\frac{\partial V_{\theta,g}}{\partial z} = 0$
$V_{r,l}$	$\frac{\partial V_{r,l}}{\partial \theta} = 0$	0	0	0	$\frac{\partial V_{r,l}}{\partial z} = 0$
$_{r,g}$	$\frac{\partial V_{r,g}}{\partial \theta} = 0$	0	0	0	0
$V_{z,l}$	$\frac{\partial V_{z,l}}{\partial \theta} = 0$	0	0	0	$V_{z,l} = 0$
$V_{z,g}$	$\frac{\partial V_{z,g}}{\partial \theta} = 0$	0	0	$V_{z,g\ \mathrm{in}}$	$\frac{\partial V_{z,g}}{\partial z} = 0$
K	$\frac{\partial K}{\partial \theta} = 0$	0*	0*	K_{in}	$\frac{\partial K}{\partial z} = 0$
ε	$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} = 0$	0*	0*	$_{\mathrm{in}}$	$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0$
R_l	$\frac{\partial R_l}{\partial \theta} = 0$	$\frac{\partial R_l}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial R_l}{\partial z} = 0$	0	0
Rg	$\frac{\partial R_g}{\partial \theta} = 0$	$\frac{\partial R_g}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial R_g}{\partial z} = 0$	1	$\frac{\partial R_g}{\partial z} = 0$

Tabla II. Dimensiones del Modelo Físico y de la cuchara Industrial.

Table II. Physical dimensions of the physical model and ladle furnace.

Reactor	Diámetro Interno (m)	Altura del horno (m)	Altura del líquido dentro del horno (m)	Rango de flujo (m^3/min)	Capacidad (m^3)
Horno de Tamsa	3,226	3,736	2,802	0,2 - 0,6	22,89
Modelo físico	0,5376	0,6226	0,466	0,0135 - 0,0405	0,1059

velocidad dada por el flujo de gas y la porosidad del tapón. En el plano de simetría, todas las densidades de flujo de las variables con respecto a la dirección angular valen cero. Cuando se resuelven casos en estado transitorio para el mezclado, cada una de las variables ocupa una condición inicial, tal es el caso de la concentración de soluto en el modelo de agua. Cabe señalar que hay dos tipos de inyecciones:

— céntrica (axisimétrica con cálculos 2D) y

— excéntrica (fuera del centro con cálculos 3D).

A continuación, en la Tabla I, se muestran las condiciones frontera que se utilizaron para resolver las ecuaciones de conservación de masa, las ecuaciones de Navier Stokes y el modelo de turbulencia *K-e* para predecir el mezclado en el modelo físico de agua y aire.

3. SOLUCIÓN NUMÉRICA

Las ecuaciones diferenciales parciales que rigen los fenómenos de transporte que ocurren en la cuchara, no tienen solución analítica, por ello, se resolvieron simultáneamente mediante la técnica numérica del "volumen de control", con ayuda de un software comercial para flujo de fluidos llamado PHOENICS v3.2 que se ejecutó en una computadora pentium 4® a 1,7 GHz. Se empleó una malla de 10.080 nodos y cada uno de estos cálculos empleó, aproximadamente, cuarenta y ocho horas de ejecución. Se realizaron 38 diferentes simulaciones de mezclado de un soluto en un modelo de agua y aire, para analizar el efecto de la posición de los tapones porosos, el número de tapones, el flujo de gas, la masa líquida del reactor, el diámetro del tapón poroso y la geometría del reactor sobre el tiempo de mezclado. Como ya se ha mencionado, los cálculos se basaron en un modelo físico de la cuchara que fue hecho en el Instituto Tecnológico de Morelia y cuyas dimensiones físicas se muestran en la Tabla II junto con las de la cuchara industrial.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En esta sección solo se mostrarán algunas simulaciones, para ver el efecto de algunas variables del proceso, comparando los perfiles o mapas de vectores de velocidad. Para la modelación matemática del mezclado, se parte de una condición de flujo completamente desarrollado. Una vez que los patrones de flujo y la estructura turbulenta se establecen, se inyecta a un tiempo inicial el trazador en el punto de inyección seleccionado. Entonces, el soluto comienza a mezclarse y una vez que todos los nodos del sistema alcancen +/- 5% la concentración de equilibrio (homogeneidad química), se dice que ese tiempo es el tiempo de mezclado.

4.1. Efecto de la posición del tapón sobre el mezclado

En la figura 1 se muestran los perfiles de velocidad de cuatro diferentes casos de un tapón, variando la posición del mismo en el fondo del reactor. Las posiciones son: a) en el centro; b) a 1/3 del radio; c) a 1/2 del radio; d) a 2/3 del radio. En cada figura, aparecen dos planos: a la izquierda, se muestra un corte longitudinal que contiene el tapón poroso y el centro del reactor; y a la derecha, se muestran cortes transversales cerca del fondo, a medio reactor y cerca de la superficie libre. En la figura 1a se aprecian los perfiles de velocidad al inyectar concéntricamente el flujo de gas. Hay dos recirculaciones en la parte superior del reactor y el fondo está estancado. En los casos de inyección excéntrica se aprecian comportamientos similares: ocurre una recirculación en el sentido de las manecillas del reloj y, a medida que el tapón poroso se acerca a la pared, se observa que las velocidades altas en el líquido están más cerca de ella, lo cual presumiblemente pudiera ocasionar rozamiento y por consiguiente una perdida de cantidad de movimiento del líquido (Fig. 1d). Es previsible que ocurriera mayor desgaste del refractario debido a la erosión

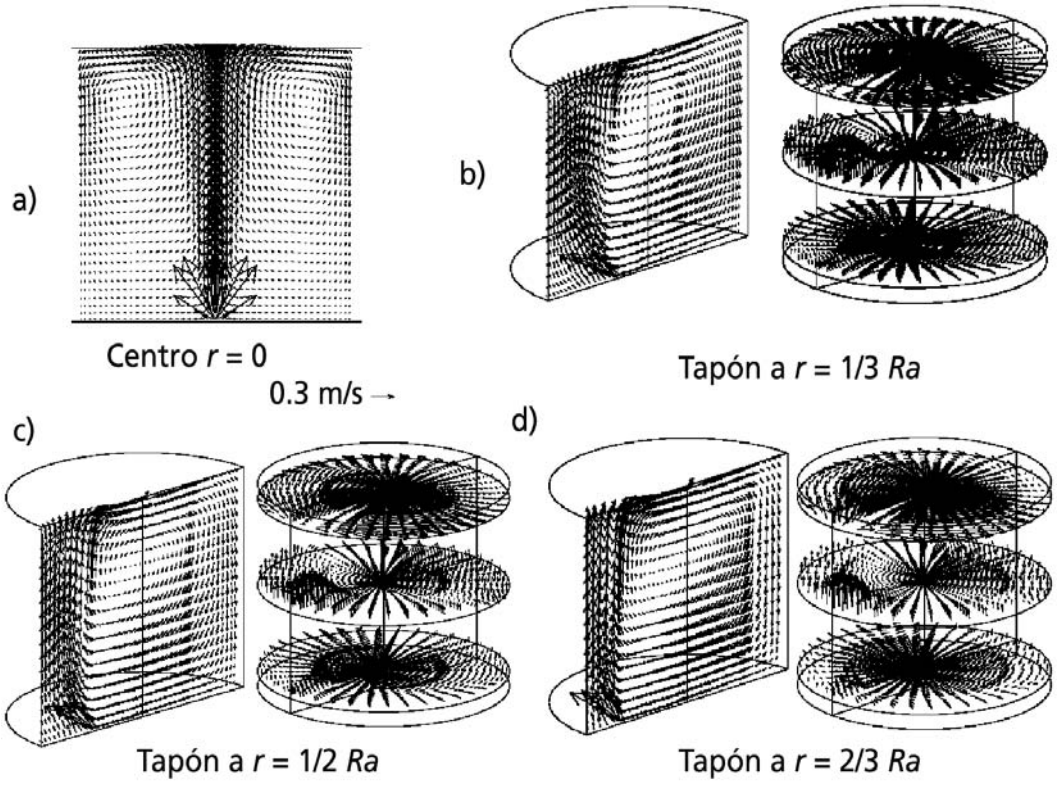

Figura 1. Perfiles de velocidad, casos de un solo tapón, inyectando en diferentes posiciones radiales con un flujo de gas de 0,225 l/s.

Figure 1. Velocity profiles using a single injector at different radial positions with a gas flow rate of 0.225 l/s.

ocasionada por la fricción con el líquido en movimiento sobre esa pared.

En los planos verticales se aprecia que el líquido se mueve con mayor velocidad en la región donde asciende el gas, puesto que es donde se lleva a cabo la transferencia de momento interfacial[12]. Existe un ojo de recirculación, donde el movimiento del líquido es mínimo, a pesar de que la recirculación promueve turbulencia[12]. También se aprecia que, a medida que el tapón se acerca a la pared, el ojo de recirculación se mueve hacia abajo y hacia la izquierda. En la esquina inferior derecha de los planos verticales, se encuentra una pequeña zona muerta. Por lo tanto, se puede afirmar que el mayor efecto de la posición de inyección con un tapón (Fig. 1) es sobre los patrones de flujo, distinguiendo entre la inyección concéntrica y la excéntrica, ya que la primera presenta dos recirculaciones en la parte superior del reactor y zonas muertas en la parte inferior, mientras que al sacar al tapón del centro se produce una sola recirculación que abarca todo el reactor.

En la figura 2 se muestran las fracciones de gas para distintas posiciones de inyección (centro, 1/3*Ra*, 1/2*Ra* y 2/3*Ra*).

En la Figura 2a se presenta la inyección concéntrica de gas y se aprecia la simetría en el plano de inyección. Además, se ve que la fase gaseosa se va dispersando en la medida que asciende hacia la superficie libre, formando lo que se conoce como "pluma". Los demás casos son de inyección excéntrica, presentando un comportamiento parecido entre si. Como se puede ver, en los planos verticales de los tres casos de inyección excéntrica, cuanto más cerca se encuentra el tapón del centro del reactor más se dobla la pluma de gas, ya que el momento del líquido que está recirculando choca con la pluma de gas, doblándola. También se aprecia que mientras más alejado se encuentre el tapón del centro del reactor más se pegará la pluma de gas a la pared del mismo.

En los planos circulares, se puede ver que la fracción volumétrica de gas es grande cerca del fondo, a medio reactor disminuye considerablemente y, cerca de la superficie libre, es muy pequeña debido a la dispersión de gas.

En la figura 3, se muestran los contornos de viscosidad cinemática turbulenta variando la posición de inyección. La viscosidad cinemática turbulenta es un parámetro de gran importancia, dado que

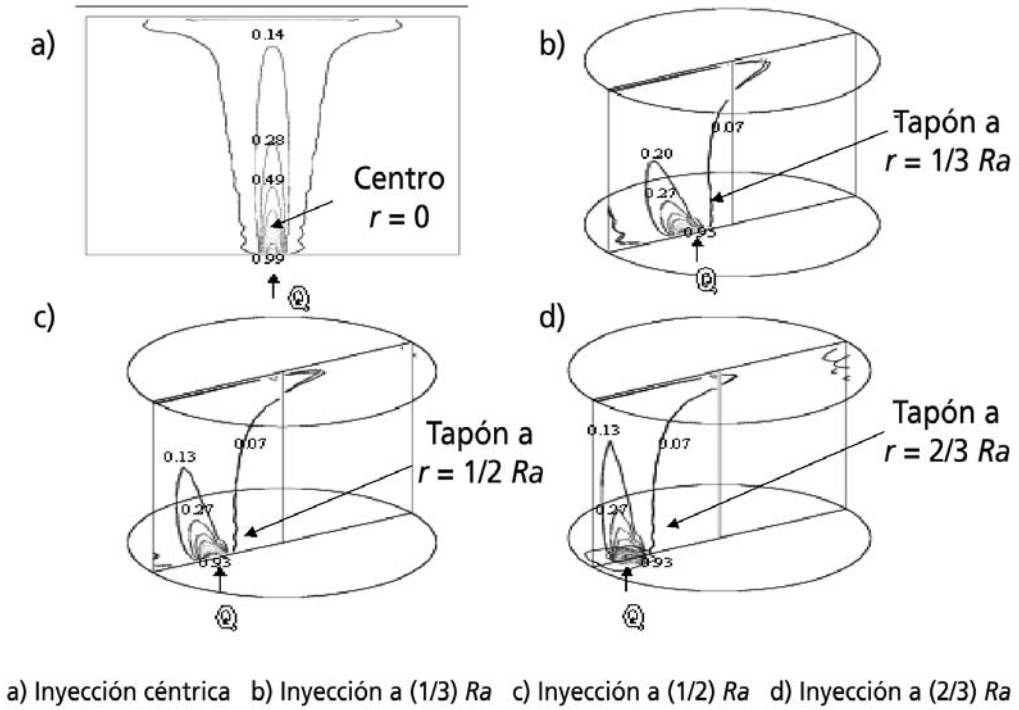

Figura 2. Contornos de fracción volumétrica del gas (R_g), casos de un solo tapón, inyectando en diferentes posiciones radiales con un flujo de gas de 0,225 l/s.

Figure 2. Contours of volumetric gas fraction (R_g) using a single injector located a6t different radial positions with a gas flow rate of 0.225 l/s.

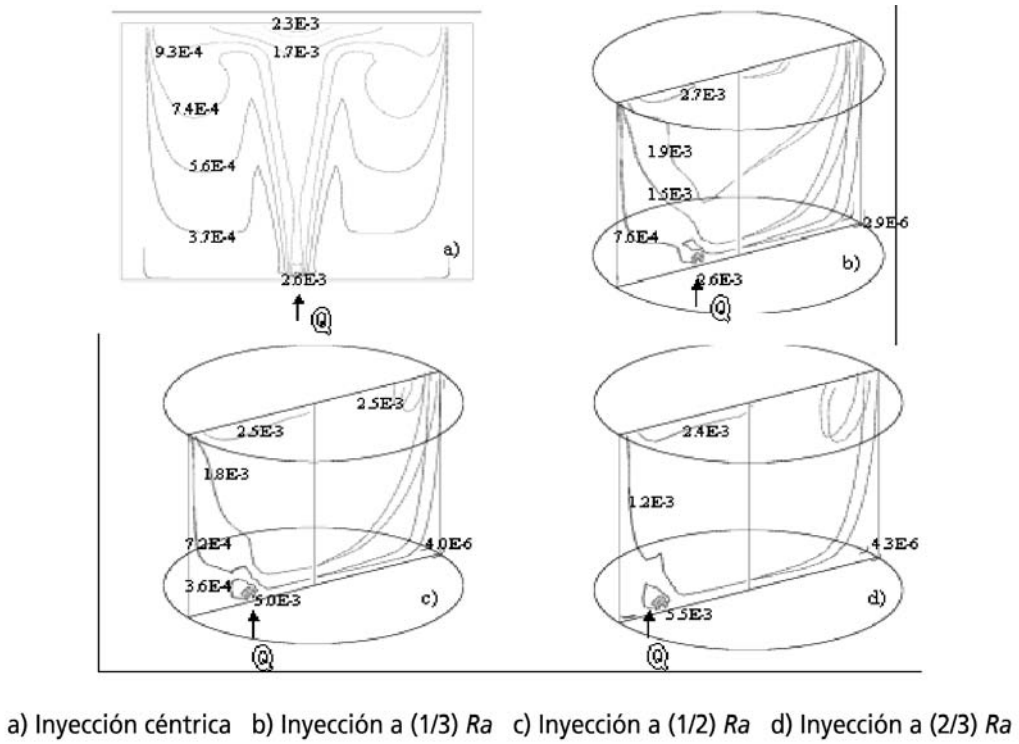

Figura 3. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta, casos de un solo tapón, inyectando en diferentes posiciones radiales con un flujo de gas de 0,225 l/s.

Figure 3. Contours of turbulent kinematic viscosity using a single injector located at different radial positions with a gas flow rate of 0.225 l/s.

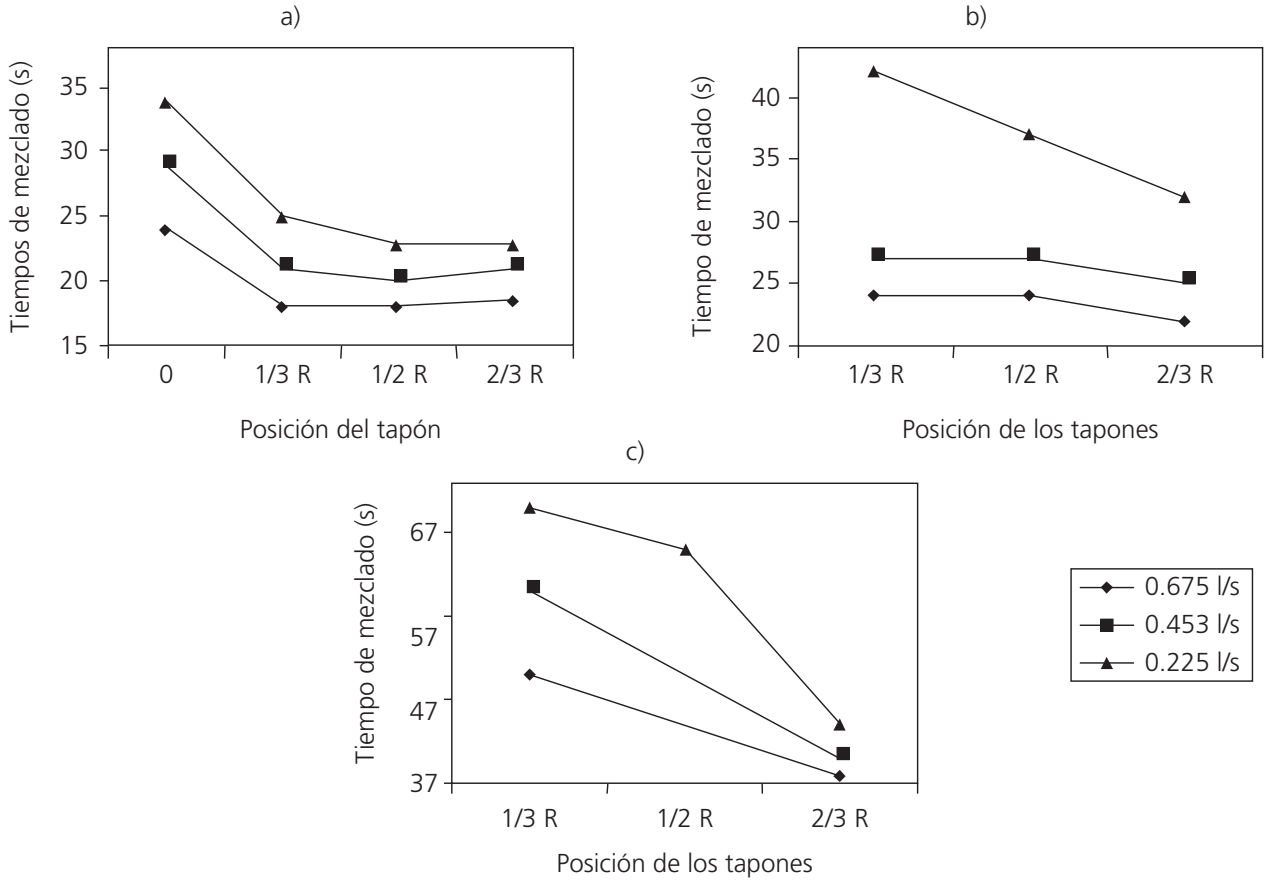

Figura 4. Tiempo de mezclado en función de la posición de inyección con: a) Un tapón; b) Dos tapones; c) Tres tapones.

Figure 4. Mixing time as function of the injection position for: a) a single injector; b) two injectors; c) three injectors.

representa el grado de turbulencia en el reactor que incide sobre el mezclado.

En los planos circulares, se observa que en el plano de inyección es donde se encuentra más concentrada la viscosidad turbulenta. También, se aprecia que la viscosidad cinemática turbulenta se encuentra concentrada sobre la pluma de gas. En los planos circulares se puede ver que la viscosidad cinemática turbulenta es mayor cerca de la superficie libre y a lo largo del plano de inyección, no siendo así en el fondo del reactor, donde la viscosidad cinemática turbulenta es considerablemente más baja.

En general, en la figura 3, se puede apreciar que el reactor con inyección concéntrica del inciso "a" es el que tiene menor viscosidad cinemática turbulenta. Además, esta misma inyección tiene una parte relativamente grande del reactor sin turbulencia, no siendo así en los otros tres casos (incisos "b", "c", "d") de inyección excéntrica, en los cuales se encuentra mejor distribuida la viscosidad cinemática turbulenta. Comparando los cuatro casos se observa que el inciso "d" (inyección a un tercio del radio) es el que tiene mayores valores en el mapa de viscosidad cinemática turbulenta y, esta, se encuentra mejor distribuida en el reactor, evitando así que las zonas muertas sean grandes.

En la figura 4 se muestran las representaciones gráficas del tiempo de mezclado en función de la posición de inyección con uno (Fig. 4a), dos (Fig. 4b), y tres tapones (Fig. 4c). Cada figura presenta tres distintas series (líneas) correspondientes a cada uno de los flujos de gas que se utilizaron en este trabajo. En la figura 4a (para un solo tapón), se aprecia que al colocar excéntricamente el tapón poroso, se reduce considerablemente el tiempo de mezclado. También, se ve que al inyectar con un solo tapón a dos tercios del radio, aumenta ligeramente el tiempo de mezclado. En las representaciones gráficas de las figuras 4b y 4c, para los casos de dos y tres tapones respectivamente, también se aprecia que, al aumentar la posición de inyección a partir del centro, disminuye el tiempo de mezclado. En cuanto al flujo de gas, se ve con claridad que al inyectar más gas se reduce notablemente el tiempo de mezclado.

Al inyectar concéntricamente se producen dos recirculaciones, pero en el fondo del reactor hay zonas muertas, donde el líquido esta prácticamente

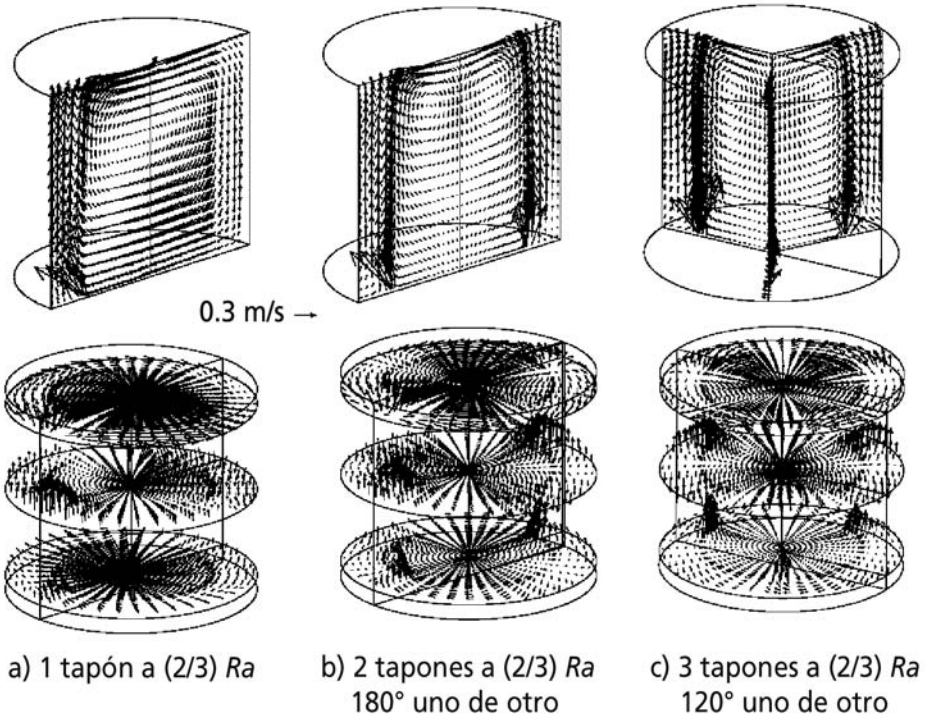

Figura 5. Perfiles de velocidad del líquido, inyectando con diferente número de tapones colocados a 2/3 del radio y con un flujo de gas de 0,225 l/s.

Figure 5. Velocity profiles in the liquid injecting gas with different number of injectors located at 2/3 of the radius with a gas flow rate of 0.225 l/s.

estancado y sin turbulencia, no siendo así en los casos de inyección excéntrica, donde existe una sola recirculación en todo el reactor, la cual promueve el mezclado del soluto por convección y una mejor distribución de la viscosidad cinemática turbulenta[12], es decir, sin zonas muertas. Por tanto, comparando la inyección concéntrica con los casos de inyección excéntrica, el caso de inyección concéntrica es el que tardó más en mezclar al baño líquido, siendo mucho menores los tiempos de mezclado con inyecciones excéntricas. La razón por la cual aumenta el tiempo de mezclado a 2/3 del radio con respecto a las posiciones de 1/2 y 1/3 del radio (Fig. 4a), se debe a que la pérdida de cantidad de movimiento del líquido por fricción con la pared es mayor en esa posición que en las demás posiciones, pues, en este caso, la pluma se encuentra más cerca de la pared del reactor.

4.2. Efecto del número de tapones sobre el mezclado

En la figura 5, se comparan los perfiles de velocidad, variando el número de tapones (1 tapón en la figura 5a, 2 tapones en la figura 5b y 3 tapones en la figura 5c) para la inyección a 2/3 del radio con un flujo de 0,225 l/s. En la Figura 5a se aprecia una sola recirculación en el sentido de las manecillas del reloj, para el caso del inciso "d" de la figura 1, ya comentado. En el plano vertical de la figura 5b, se observa que al inyectar con dos tapones, diametralmente opuestos, se forman dos recirculaciones con sentidos opuestos y que dichas recirculaciones chocan a la mitad del reactor. El plano perpendicular al que contiene los dos tapones en la figura 5b representa un plano de simetría, que no es traspasado por el líquido. Debido al choque, en el plano de simetría se genera turbulencia[12]. Además, se aprecian zonas muertas en las esquinas inferiores del plano vertical que contiene los dos tapones, cercanas a la pared. En la figura 5c se pueden ver las tres inyecciones de gas y los tres ojos de recirculación producidos, apreciándose que las zonas muertas se localizan pegadas a la pared del reactor en las esquinas inferiores de los planos que contienen los tapones y el centro. En medio de dos planos de inyección (planos que contienen un tapón y el centro del reactor), existe un plano de simetría. En general, se aprecia que, a mayor número de tapones, los ojos de recirculación tienden a ser más alargados y a separarse del centro del reactor y

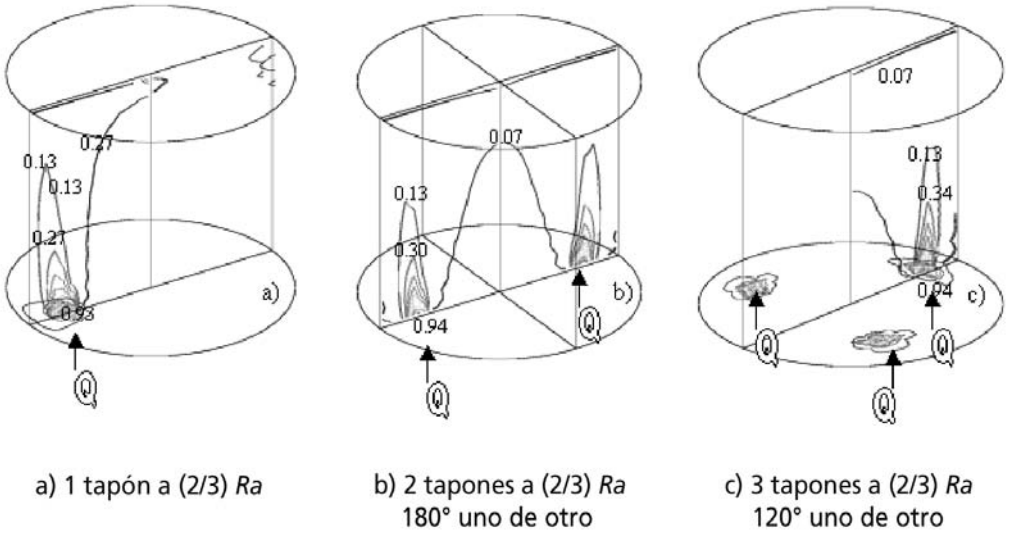

Figura 6. Contornos de fracción volumétrica del gas (R_g), inyectando con diferente número de tapones en la misma posición radial con un flujo de gas de 0,225 l/s.

Figure 6. Contours of volumetric gas fractions (R_g) injecting gas with different number of injectors located at the same radial position of 2/3 of the radius and using a gas flow rate of 0.225 l/s.

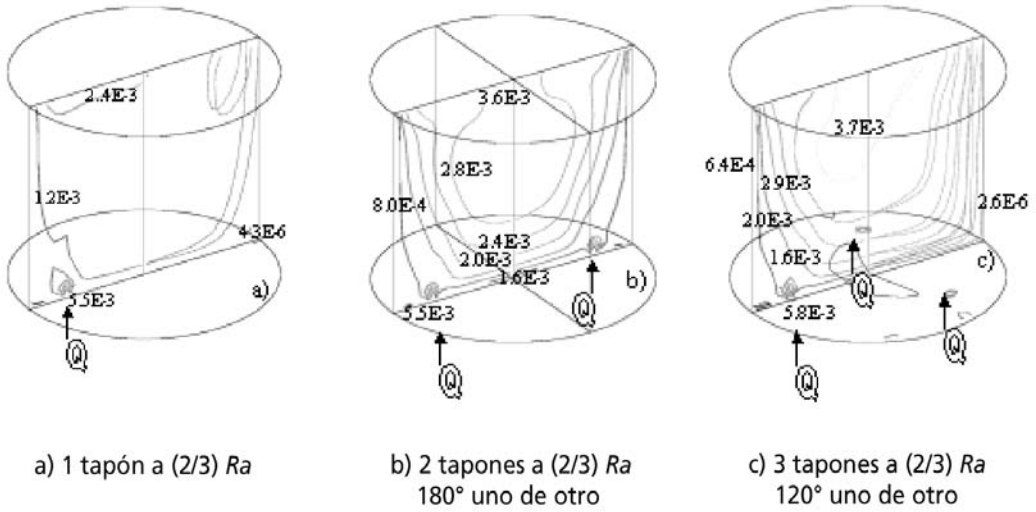

Figura 7. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta, inyectando con diferente número de tapones en la misma posición radial con un flujo de gas de 0,225 l/s.

Figure 7. Contour of kinematic turbulent viscosity when is injected through different number of injectors located at 2/3 of the radius and using a gas flow rater of 0.225 l/s.

coinciden en número con el número de tapones; y el líquido que es arrastrado por la pluma de gas, tiende a alejarse de la pared.

El número de ojos de recirculación es igual al número de tapones, debido a que se generan planos de simetría donde el líquido no fluye a través de ellos para pasar al otro lado del reactor. Estos choques en los planos de simetría provocan estas recirculaciones. En contraste a lo caótico de las regiones cercanas a la superficie libre por lo choques ya descritos, el fondo del reactor se encuentra poco agitado ya que la mayor parte de la inercia del líquido se disipa en las recirculaciones superiores.

En la figura 6 se comparan las fracciones volumétricas de gas variando el número de tapones porosos en el reactor.

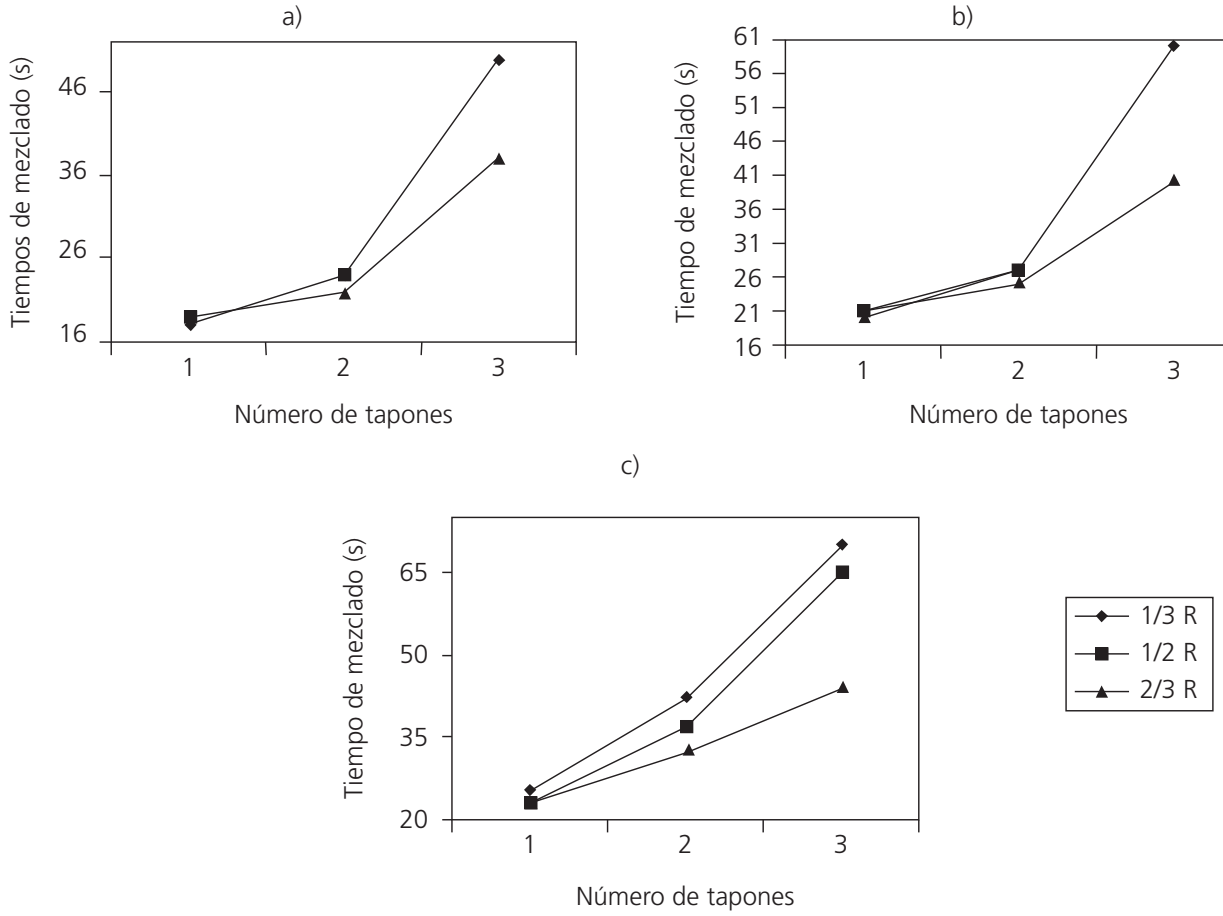

Figura 8. Tiempo de mezclado en función del número de tapones, para: a) 0,675l/s; b) 0,453l/s; y c) 0,225l/s.

Figure 8. Mixing time as a function of the number of injectors for different gas flow rates of: a) 0.675 l/s; b) 0.453 l/s; and c) 0.225 l/s.

En los planos verticales se puede observar que mientras mayor sea el número de tapones, más compacta y más vertical será la pluma (menos doblada) y, por tanto, se pegará menos a la pared del reactor. En los planos circulares de la figura 6a se aprecia la simetría de un medio en el reactor de un solo tapón. Asimismo, en la Figura 6b se aprecia la simetría de un cuarto que tiene el reactor con dos tapones diametralmente opuestos. De igual manera, en la figura 6c se aprecia la simetría de un sexto.

En los planos circulares de las Figuras 6a, 6b y 6c también se puede apreciar la colocación de los tapones porosos en el fondo del reactor. Además, se puede observar que la cantidad de gas acumulada en el reactor es directamente proporcional al número de tapones.

En la figura 7 se aprecia que la viscosidad cinemática turbulenta es directamente proporcional al número de tapones. Cuando se inyecta con un tapón (Fig. 7a), el plano que contiene el tapón y el centro es donde se concentra la mayor turbulencia. En la inyección con dos tapones, la turbulencia se localiza en los planos de inyección y el perpendicular al mismo, donde se forma una especie de diamante turbulento en el centro del reactor, siendo mayor cerca de la superficie libre, tal y como se ve en la figura 7b. Por ultimo, en la figura 7c se forma un triángulo de turbulencia en la superficie libre del reactor.

En los planos circulares de los tres casos anteriores se aprecia que la turbulencia es grande cerca de la superficie libre y, conforme nos acercamos al fondo del reactor, la viscosidad cinemática turbulenta disminuye.

En las figuras 8a a 8c se muestran las representaciones gráficas del tiempo de mezclado en función del número de tapones, con flujos de gas de 0,675 l/s (Fig. 8a), 0,453 l/s (Fig. 8b), y 0,225 l/s (Fig. 8c). Cada figura presenta tres distintas series (líneas) correspondientes a cada una de las posiciones de inyección. Las tres gráficas son muy simi-

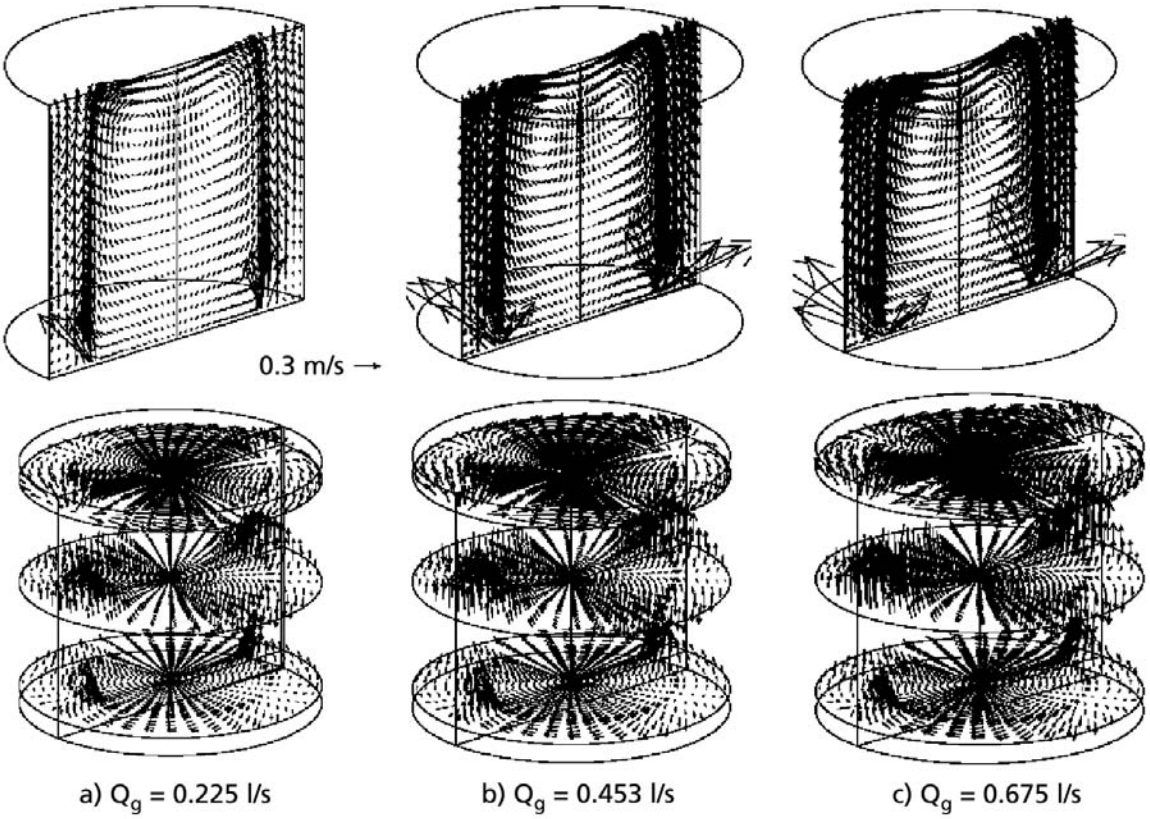

Figura 9. Perfiles de velocidad en el líquido, inyectando diferentes flujos de gas, con dos tapones colocados a dos tercios del radio.

Figure 9. Velocity profiles in the liquid injecting different gas flow rates with two injectors located at 2/3 of the radius.

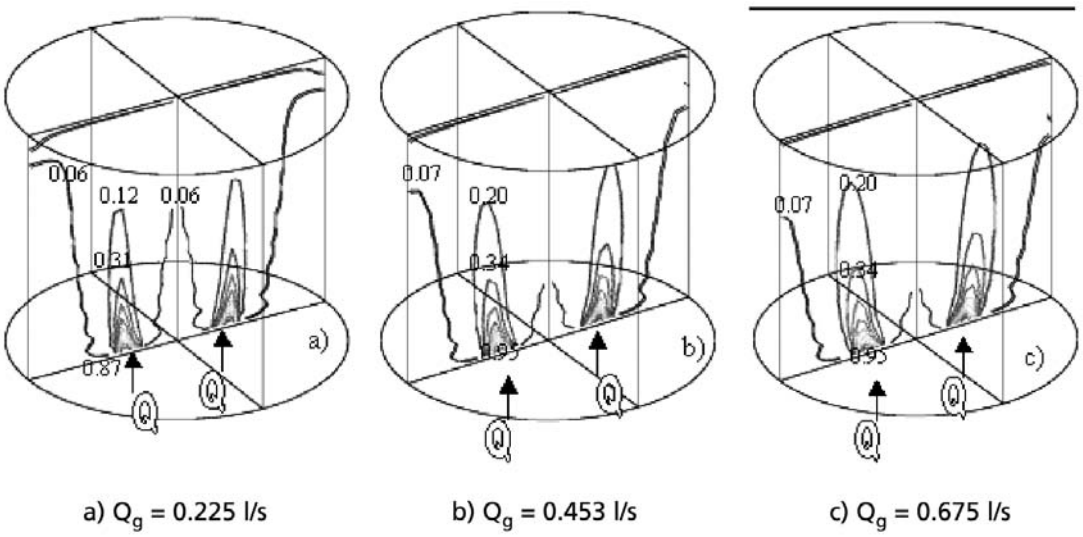

Figura 10. Fracción volumétrica del gas (R_g) inyectando a diferentes flujos de gas, con dos tapones colocados a dos tercios del radio.

Figure 10. Contours of volumetric gas fraction (R_g) injecting different gas flow rates with two injectors located at 2/3 of the radius.

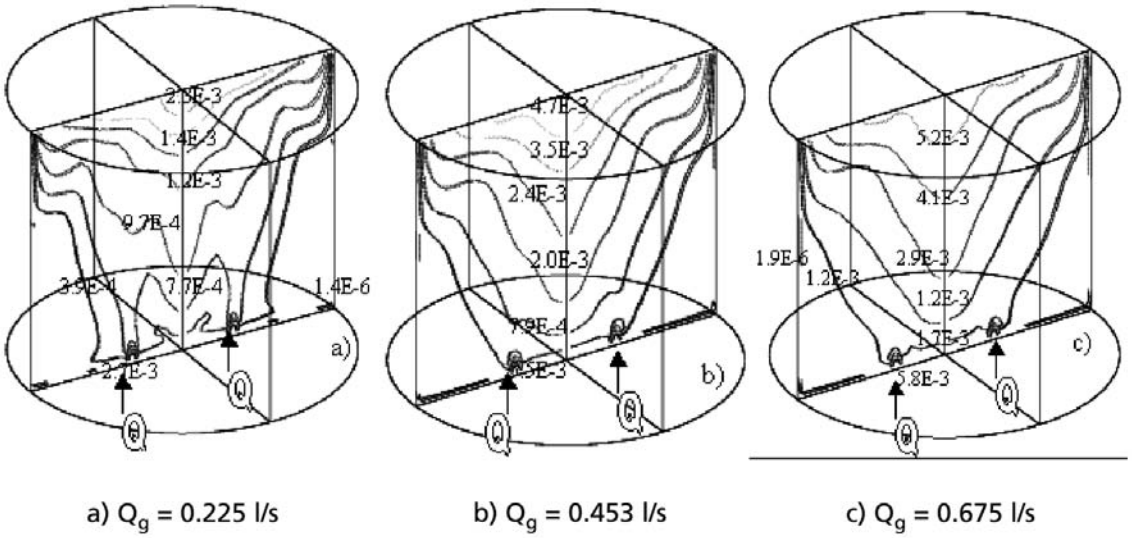

Figura 11. Contornos de viscosidad cinemática turbulenta, inyectando diferentes flujos de gas, con dos tapones colocados a dos tercios del radio.

Figure 11. Contours of kinematic turbulent viscosity injecting different gas flow rates with two injectors located at 2/3 of the radius.

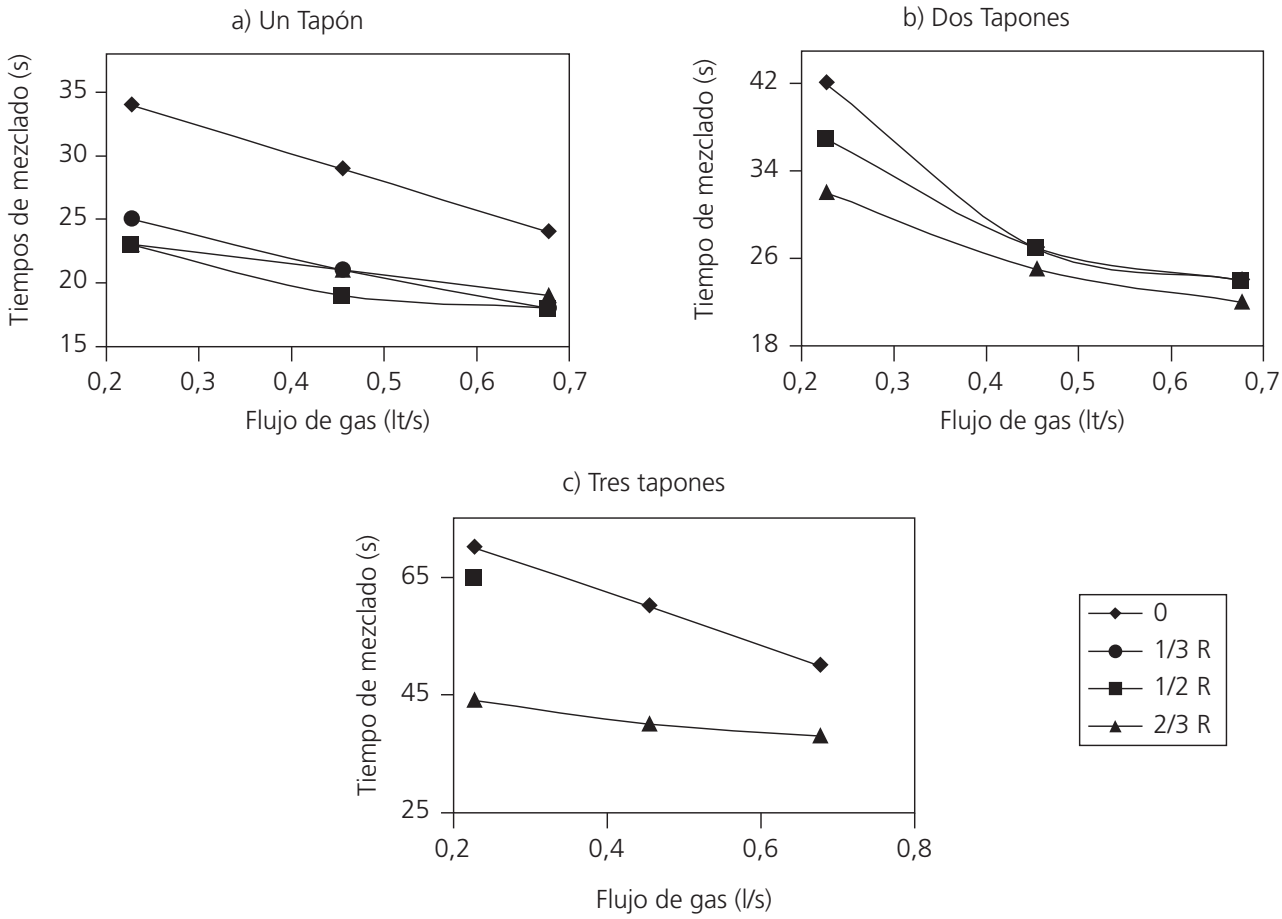

Figura 12. Tiempo de mezclado en función del flujo de gas empleando: a) un tapón; b) dos tapones; y c) tres tapones.

Figure 12. Mixing time as a function of gas flow rate employing: a) a single injector; b) two injectors;and c) three injectors.

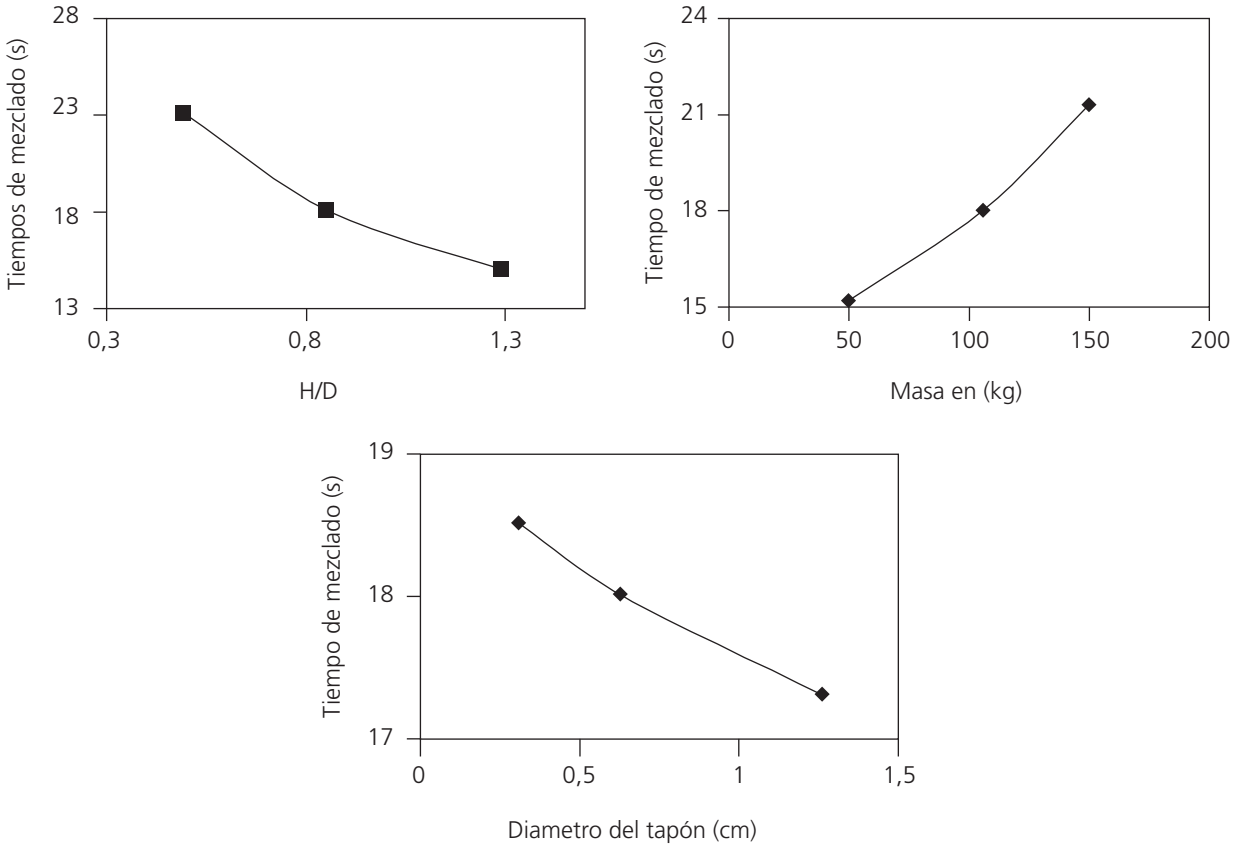

Figura 13. a) Tiempo de mezclado en función del factor de forma. b) Tiempo de mezclado en función de la masa del reactor. c) Tiempo de mezclado contra diámetro del tapón.

Figure 13. a) Mixing time as a function of the aspect ratio of the reactor. b) Mixing time as a function of the mass in the reactor. c) Mixing time as a function of the injector diameter.

lares, cualitativamente hablando, mostrando la misma tendencia. En estas representaciones gráficas, se ve que al aumentar el número de tapones el tiempo de mezclado se incrementa. Además, vemos que el efecto es exponencial, puesto que el aumento en el tiempo de mezclado es mucho mayor de dos a tres tapones que de uno a dos tapones, para todos los casos.

Al inyectar con un solo tapón, se disminuye el tiempo de mezclado en reactores con factor de forma de 0,86. Al inyectar con dos y tres tapones, se incrementan los tiempos de mezclado debido a que existen planos de simetría donde el líquido que está a un lado del plano de simetría no fluye a través de él para pasar al otro lado del reactor. Por ello, el intercambio de masa a través de los planos de simetría solo se da por turbulencia y no por convección. Cabe señalar que para reactores con factores de forma (*H/D*) más pequeños, sí conviene poner más de un tapón, puesto que un solo tapón no alcanza a agitar todo el baño líquido del reactor y habría zonas muertas muy grandes.

4.3. Efecto del flujo de gas sobre el mezclado

En la figura 9, se comparan los perfiles de velocidad, variando el flujo de gas (0,225 l/s en la figura 9a, 0,453 l/s en la figura 9b y 0,675 l/s en la Figura 9c) para la inyección con dos tapones diametralmente opuestos a 2/3 del radio.

En las figuras superiores, si comparamos los vectores que se encuentran en el fondo de los reactores, se aprecia que la velocidad de entrada es directamente proporcional al flujo de gas, aunque se sabe que las fuerzas de flotación, debido a la diferencia de densidades entre el gas y el líquido, son las que dominan el ascenso de las burbujas de gas. Se ve, claramente, que la intensidad en los vectores de velocidad es directamente proporcional al flujo de gas inyectado, es decir, a mayor flujo, mayores velocidades en el líquido, aunque los patrones de flujo son similares por tener el mismo arreglo de inyección (2 tapones colocados 180º uno del otro, a 2/3 R desde el centro). La intensi-

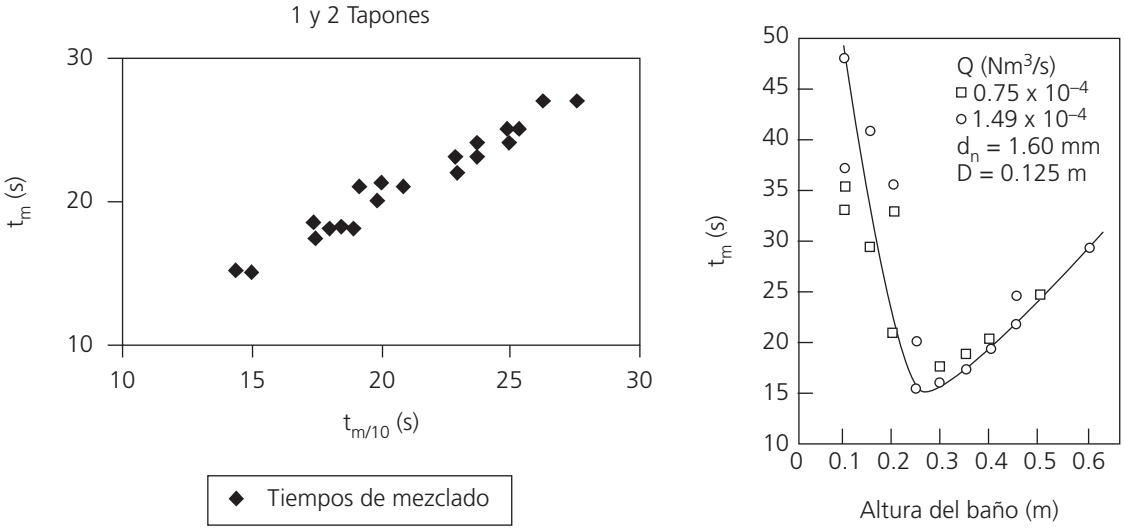

Figura 14. a) Tendencia y dispersión del tiempo de mezclado con la correlación $t_{m/10}$. b) Tiempos de mezclado medidos experimentalmente como función de la altura del baño[18].

Figure 14. a) Trend and dispersion of the correlation for the mixing time $t_{m1/10}$. b) Experimentally measured mixing times as a function of the height of the bath [18].

dad de agitación es directamente proporcional al flujo de gas inyectado, pues entre más gas se inyecte (más burbujas), mayor será la masa líquida arrastrada.

En la figura 10, se comparan la fracción volumétrica del gas, variando el flujo de gas a la entrada (0,225 l/s en la figura 10a, 0,453 l/s en la figura 10b y 0,675 l/s en la figura 10c) para la inyección con dos tapones diametralmente opuestos a 2/3 del radio.

En los planos verticales de la figura 10, se aprecia como a mayor flujo de gas, mayor será la dispersión de la fase gaseosa y, por tanto, la pluma de gas se ensancha y, por ello, se pegará más a la pared del reactor. En esos mismos planos circulares se ve que, a medida que el gas asciende, mayor es la dispersión de este. El gas acumulado dentro del reactor es directamente proporcional al flujo de gas.

En la figura 11, se compara la viscosidad cinemática turbulenta, variando el flujo de gas (0,225 l/s, en la figura 11a, 0,453 l/s, en la figura 11b y 0,675 l/s en la figura 11c) para la inyección con dos tapones diametralmente opuestos, a 2/3 del radio.

Ahora bien, las diferencias encontradas entre estos casos de la fgura 11 radican principalmente en la intensidad de la turbulencia, puesto que como puede observarse, si comparamos los tres casos, las formas geométricas de los mapas de viscosidad cinemática turbulenta se mantienen semejantes.

En la figura 11, se puede notar que la viscosidad cinemática turbulenta es directamente proporcional al flujo de gas, es decir; aumentando el flujo de gas aumenta el mezclado, ya que la presencia de mayor número de burbujas incrementa la turbulencia y consecuentemente mejora el mezclado.

En las figuras 12a a 12c, se muestran representaciones gráficas del tiempo de mezclado en función del flujo de gas con uno (Fig. 12a), dos (Fig. 12b) y tres tapones (Fig. 12c). Cada figura presenta tres distintas series (líneas) correspondientes a cada una de las posiciones de inyección. Las tres gráficas muestran nuevamente tendencias similares. En estas gráficas, se ve que al aumentar el flujo de gas disminuye el tiempo de mezclado, es decir, mejora el mezclado. Al aumentar el flujo de gas, el mezclado mejora, debido a que al inyectar más gas existen mayores velocidades en el líquido y mayor turbulencia, por lo que se promueve una agitación más intensa en el reactor.

4.4. Efecto del factor de forma *(H/D)* sobre el mezclado

Se estudió un parámetro de diseño conocido como el factor de forma *H/D* (altura / diámetro) para ver el efecto que tiene la geometría del reactor sobre el

tiempo de mezclado. Se hicieron simulaciones con 1 tapón colocado a 1/2 del radio y con un flujo de gas de 0,675 l/s, con una masa constante de 105,86 Kg y usando distintos factores de forma *H/D* de 0,5, 0,86, y 1,3. En la figura 13a se representó el tiempo de mezclado como función del factor de forma en los casos de un solo tapón. Se puede observar que, en la medida que aumenta el factor de forma disminuye el tiempo de mezclado. Puede afirmarse que un reactor esbelto mejora el mezclado en comparación con las condiciones contrarias y la misma masa a agitar (bajo las condiciones operativas usadas en nuestras simulaciones). Al aumentar *H/D* disminuye el tiempo de mezclado, debido a que en el reactor esbelto el líquido se mueve o recircula prácticamente por todo el reactor, no siendo así para el caso contrario, donde la recirculación del fluido solo se da en una pequeña parte del reactor y en otra parte del mismo el líquido queda estático.

4.5. Efecto de la masa líquida sobre el mezclado

Otro efecto analizado en este trabajo es la masa del reactor. Para ello se simularon operaciones con cucharas agitadas con un tapón colocada a 1/2 del radio, con un flujo de gas de 0,675 l/s, con un factor de forma *H/D*=0,86 y variando la masa de líquido de 50, 105,89 y 150Kg. En la figura 13b se representó el tiempo de mezclado como función de la masa del reactor. En dicha figura se ve que a medida que aumenta la masa del reactor aumenta el tiempo de mezclado. El mezclado empeora con un aumento en la masa de líquido, puesto que al inyectar el mismo flujo de gas (misma energía de agitación) a masas cada vez mayores provoca una mayor dificultad (mayor tiempo) para lograr el mezclado. El aumento de masa a agitar, implica incrementar el flujo de gas o la energía de agitación, si es que se desea mezclar al baño en el mismo tiempo. Por lo cual, es más razonable expresar el flujo de gas en unidades de litro por segundo por kilogramo (l/s?kg).

4.6. Efecto del diámetro del tapón sobre el mezclado

Por último, se hicieron simulaciones con diferentes diámetros del tapón poroso, manteniendo el mismo flujo de gas y la posición de inyección. Se hicieron simulaciones manteniendo constante 1 tapón colocado a 1/2 del radio, con un flujo de gas de 0,675 l/s, con un factor de forma H/D de 0,86 y variando el diámetro del tapón de 0,3174 cm, 0,635 cm y 1,27 cm. En la figura 13c se aprecia que conforme aumenta el diámetro del tapón poroso, disminuye el tiempo de mezclado. Sin embargo, se puede ver que el efecto del diámetro del tapón sobre el tiempo de mezclado es extremadamente pequeño comparado con los efectos de las demás variables como el flujo de gas, número de tapones, factor de forma, posición de inyección y la masa del reactor. Esto, se observa si comparamos los valores de los tiempos de mezclado calculados, los cuales presentan una diferencia de menos de 1 s entre el valor máximo y el mínimo. Lo que promueve un menor diámetro de boquilla es aumentar la velocidad con la que el gas entra al baño líquido, es decir, aumenta la inercia del gas a la entrada. El mezclado no es sensible al diámetro del tapón puesto que el ascenso de las burbujas de gas (factor responsable de la agitación) es dominado por las fuerzas gravitacionales y no por las fuerzas inerciales. Es decir, la velocidad de ascenso de las burbujas depende de la diferencia de densidades entre las fases (fuerzas de flotación) y no de la velocidad del gas a la entrada (fuerzas inerciales).

4.7. Correlaciones para el tiempo de mezclado

El análisis anterior es valioso, debido a que muestra, de manera cualitativa, el efecto de muchas variables operacionales y de diseño sobre el mezclado. Se puede afirmar que lo que dicta el mezclado es la forma del flujo recirculatorio convectivo y la turbulencia generada, resultando evidente que entendiendo la física que explica estos dos fenómenos, el mezclado se puede controlar a voluntad en cualquier reactor industrial. Sin embargo, a pesar del claro entendimiento ganado con el análisis anterior, falta de alguna manera el conocimiento cuantitativo y visualizar el mezclado en función de muchas variables y no de una sola variable aislada. Tradicionalmente, este trabajo se hace experimentalmente y se resumen las tendencias por medio de correlaciones empíricas del tiempo de mezclado en función de las variables propuestas por cada investigador. Esto es provechoso, pero esta clase de análisis está limitado a cada instalación experimental. Por ejemplo, si se construye un modelo físico es difícil modificar algunos parámetros de diseño como su diámetro y altura. Por el contrario, esto es fácil de hacer en un modelo matemático. Entonces, aunque tener un modelo matemático implica que se puede probar cualquier configuración que se nos ocurra, es interesante resumir y condensar la información y el conocimiento obtenido de manera cuantitativa mediante correlaciones del tiempo de

Tabla III. Comparación de los exponentes encontrados en este trabajo con exponentes encontrados en otros trabajos experimentales de las correlaciones de tiempo de mezclado en función de variables como flujo de gas, masa, altura y diámetro de la cuchara.

Table III. Comparison of the exponents found in this work with other exponents reported in the literature for the correlations of the mixing time as a function of variables such as gas flow rate, mass of liquid, height and diameter of the ladle.

Autor	Q_g	*H*	*D*	*M*	Comentario
Este trabajo	-0,25	-0,44	0,44	0,3	Matemática
A. Gosh [9]	-0,47		1,97		Exp. Agua y aire con flujo tangencial
Tsujino [13]	-0,47	-1,0	1,27		Exp. Agua y aire con flujo tangencial
Takasuka e Iguchi [14]	-0,47	0,33			Exp. Agua y aire con flujo tangencial
Pan et al [15]	-0,89	-1,0			Exp. Acero y argón
Mazumdar y Guthrie [3]	-0,33	-1,0	1,66		Exp. Inyección céntrica agua y aire
Mazumdar y Guthrie[16]	-0,33	-1,0	2,33		Exp. Inyección céntrica
Nakanishi [6]	-0,4			0,4	Exp. Agua y aire
Asai [17]	-0,33	-1,0	1,36	0,33	Exp. Agua y aire
Sinha [7]	-0,89			0,89	Exp. Agua y aire
Themelis [5]	-0,39	0,39		0,39	Exp. Agua y aire

mezclado que involucren el mayor número de variables operacionales y de diseño.

Entonces, con finalidad de hacer un análisis cuantitativo del efecto que tienen las diferentes variables del proceso sobre el mezclado, se desarrolló una correlación del tiempo de mezclado a partir de las simulaciones hechas en este trabajo, obteniéndose, primeramente, una correlación del tiempo de mezclado mediante regresión multilineal, válida para uno y dos tapones, representada por la ecuación (10).

$$t_{m/10} = 3.41 m^{0.3} (Nt)^{0.4} Qg^{-0.25} (r/Ra)^{-0.12} (H/D)^{-0.44} Db^{-0.04} \quad (10)$$

Para determinar con claridad la tendencia y la poca dispersión de esta correlación, se representó la correlación propuesta con nuestros resultados del tiempo de mezclado obtenidos de la simulación numérica. En la figura 14a se incorporaron todos los casos de un tapón y todos los casos de dos tapones. En la figura 14a se puede ver que la tendencia es clara y la dispersión es mínima.

Un aumento en flujo de gas, razón geométrica *H/D*, posición de inyección y diámetro de boquilla produce una disminución en el tiempo de mezclado (exponente negativo), mientras que un aumento en el número de tapones y masa de líquido aumenta el tiempo de mezclado (exponente positivo). Además, variables con valores de exponentes cercanos a cero indican que tienen poco efecto sobre el tiempo de mezclado, mientras que variables con valores absolutos de los exponentes muy grandes tienen un fuerte efecto sobre éste. Entonces, las variables que más influyen en el mezclado son la razón de tamaño de diámetro contra altura *H/D* y el número de tapones. Variables que representan un efecto de impacto medio sobre el mezclado son la masa del líquido y el flujo de gas. Las variables que menos influyen en el mezclado son la posición de inyección (aunque en este análisis solo se consideraron inyecciones excéntricas, siendo realmente importante la distinción entre una inyección por el centro y fuera de él) y el diámetro de la boquilla.

Para finalizar esta sección, presentaremos una comparación de los distintos exponentes encontrados en este trabajo mediante los cálculos realizados contra aquellos exponentes reportados en la literatura a partir de mediciones experimentales. La tabla III muestra dicha comparación, mostrando nuestros resultados en negritas. Se debe señalar que los espacios en blanco dentro de la tabla son exponentes de variables que no fueron reportadas o consideradas en estos estudios. Hay gran variedad de condiciones experimentales en esta tabla, en donde la mayoría de investigaciones están basadas en inyecciones concéntricas con un solo tapón. Además, solo un caso experimental sucede en un sistema de acero y argón mientras el resto ocurre en sistema de agua y aire y existen algunos casos de inyección con movimiento tangencial del burbujeo. Otra diferencia, es el hecho de que nuestras variables de número de tapones y posición de inyección no son consideradas en ninguno de estos estudios experimentales anteriores.

A pesar de todas las diferencias en cuanto a las condiciones de operación, en la tabla III se ve que, en general, los signos de los exponentes son iguales en casi todos los trabajos para casi todas las variables y solamente la altura del reactor presenta algunas diferencias. Lo que sucede en el caso particular de H es que, según Krishnamurthy *et al*.[18], manteniendo el diámetro del baño constante, el tiempo de mezclado disminuye al aumentar la altura del baño hasta alcanzar un mínimo y, luego, aumenta el tiempo de mezclado con un subsecuente aumento en la altura del baño. La figura 14b muestra los resultados reportados en la referencia[18] para el tiempo de mezclado en función de la altura del baño, explicando la factibilidad de tener signos negativos o positivos en el exponente de *H*, dependiendo del rango de valores de *H/D* en que se hagan las mediciones. Como este signo dependerá de las condiciones de operación, se afirma que no se puede atribuir el cambio de signo observado en la tabla III para el exponente de *H* a un error en nuestros cálculos,ni a errores en los experimentos reportados.

En cuanto a la magnitud de los exponentes se puede observar que existe una gran variedad de valores. Por ejemplo, para Q_g, los exponentes son todos negativos pero van, desde –0,25 en nuestros cálculos a –0,89, hallado por Sinha[7], pero en promedio se encuentran valores entre –0,3 a -0,45 para este exponente. Para la masa, el exponente siempre es positivo y va desde 0,3 reportado en este trabajo y por Asai[17] hasta 0,89 reportado por Sinha[7], pero la mayor parte de los exponentes hallados fluctúan entre 0,3 y 0,4. En nuestros cálculos, el exponente que más discrepa de los datos reportados es para el diámetro del reactor, en donde en este trabajo se halló 0,44 y, en todas las demás correlaciones, el valor de este exponente es mayor a la unidad. Esto, se debe a que en nuestro trabajo se usó la variable (*H/D*) en vez de *H* y *D* por separado. Entonces, la variable de razón de altura a diámetro (*H/D*) compensa las diferencias encontradas tanto en *H* como en *D*, aunque quizá hubiese sido mejor tratar por separado a ambas variables para propósitos de comparación.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se desarrolló un modelo matemático riguroso y fundamental basado en un marco de referencia Euleriano para estudiar el flujo de fluidos, mezclado y transferencia de masa en cucharas agitadas con gas, para ver el efecto que produce variar el flujo de gas, el número de tapones, el factor de forma, la posición de inyección, la masa líquida y el diámetro del tapón sobre el tiempo de mezclado. Las principales conclusiones de este trabajo son:

— La intensidad de agitación (movimiento del fluido) y la turbulencia se ven incrementadas con un aumento en el flujo de gas (Q_g), lo cual provoca una mejora en el mezclado de la cuchara.
— El incremento en el número de tapones provoca una merma en el mezclado del soluto en la cuchara, ya que se incrementan el número de recirculaciones (igual al número de tapones *NT*), las cuales se separan por medio de planos de simetría que inhiben el paso de flujo a través de estos planos y, por tanto, la única forma de mezclar la cuchara es por mecanismos turbulentos. Por esto, el tiempo de mezclado aumenta al incrementar número de tapones.
— La posición de inyección mostró dos grandes tendencias:
  – cuando el tapón se coloca en el centro el mezclado es muy pobre al formarse enormes zonas muertas en la parte inferior de la cuchara.
  – cuando el tapón se saca del centro se mejora notablemente el mezclado al eliminar las zonas muertas gracias a que este tipo de inyección mueve al líquido a través de toda la cuchara. En los casos de un solo tapón en inyección excéntrica, conforme la posición de inyección (*r/Ra*) se acerca a las paredes de la cuchara, la intensidad de agitación (velocidades del líquido) disminuye, debido a la pérdida de momento del líquido al rozar con la pared del reactor;
— A medida que aumenta el factor de forma (*H/D*), manteniendo la masa líquida constante, el líquido recircula mejor a través de todo el reactor incrementando el mezclado, mientras que a medida que disminuye el factor de forma la recirculación del líquido, recorre un menor volumen del reactor perjudicando al mezclado.
— A medida que aumenta la masa (*M*) del reactor la intensidad de agitación debe de aumentar, pues se debe ocupar más gas para agitar más masa líquida.
— El diámetro del tapón (D_b) casi no afecta los patrones de flujo porque las fuerzas gravitacionales son las que dominan el ascenso de las burbujas, y no las fuerzas inerciales del gas a la entrada.

La Ecuación 10 muestra el tiempo de mezclado en función de las variables del proceso, mostrando cuantitativamente el efecto de cada una de las variables del proceso y de diseño sobre tiempo de mezclado:

a) $t_{m/10} \propto 1/(H/D)^{0.44}$;
b) $t_{m/10} \propto NT^{0.4}$;
c) $t_{m/10} \propto m^{0.3}$;
d) $t_{m/10} \propto 1/Q_g^{0.25}$;
e) $t_{m/10} \propto 1/(r/Ra)^{0.12}$;
f) $t_{m/10} \propto 1/D_b^{0.04}$
g)

Estos resultados se compararon con otras correlaciones encontradas en la literatura, encontrando cualitativamente los mismos resultados, aunque la importancia relativa de cada variable varió ligeramente. Existen variables como el número de tapones y la posición de inyección que son correlacionadas por vez primera en este trabajo, con el tiempo de mezcla de la ecuación (10): $t_{m/10}$.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico de la UNAM por el soporte económico brindado para la realización de este trabajo a través del proyecto IN118105.

REFERENCIAS

[1] J. A. GÓMEZ-URQUIZA, *Memorias del XXII Simposio Nacional de Siderurgia, vol 1*, Morelia, México, 2001, A. Conejo, J. J. Barreto y J. J. Uribe (Eds.), pp. 19-1 a 19-23.
[2] F. CHÁVEZ-ALCALÁ, A. CRUZ-RAMÍREZ y J. ROMERO-SERRANO, *Rev. Metal. Madrid* 40 (2004) 39-45.
[3] D. MAZUMDAR y R. I. L. GUTHRIE, *Metall. Trans. B* 17B (1986) 725-733.
[4] H. TURKOGLU y B. FAROUK, *ISIJ Int.* 30 (1990) 961-970.
[5] T. STAPUREWICZ y N. J. THEMELIS, *Can. Metall. Q.* 26 (1987) 123-128.
[7] K. NAKANISHI, T. FUJI y J. SZEKELY, *Ironmaking Steelmaking* 2 (1975) 193-197.
[8] U. P. SINHA y M. J. MCNALLAN, *Metall. Trans.B 16B* (1985) 850-853.
[9] P. E. ANAGBO, J. K. BRIMACOMBE y A. H. CASTILLEJOS, *Can. Metall. Q.* 28 (1989) 323-330.
[10] G. G. KRISHNA-MURTHY. S. P. MEHROTRA y A. GHOSH, *Metall. Trans. B* 19 (1988) 885-892.
[11] D. MAZUMBAR y R.I.L. GUTHRIE, *ISIJ Int.* 35 (1995) 1-20.
[12] B. E. LAUNDER y D. B. SPALDING, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 3 (1974) 269-289.
[13] F. TAPIA-ORTIZ, Tesis de Maestría, Centro de Graduados en Metalurgia, Instituto Tecnológico de Morelia, 2002.
[14] M. IGUCHI, K. NAKAMURA y R. TSUJINO, *Metall, Mat Trans, B Process Metall, Mat, Process Sci.* 29B (1998) 569-575.
[15] Y. TAKATSUKA y M. IGUCHI, *ISIJ Int.* 41 (2001) 124-127.
[16] Y. PAN, D. GUO y C. LI, *ISIJ Int.* 34 (1994) 794-801.
[17] D. MAZUMDAR y R. L. GUTHRIE, *ISIJ Int.* 33 (1993) 513-516.
[18] S. ASAI, T. OKAMOTO, J. C. HE y I. MUCHI, *Trans. Iron Steel Inst. Jpn.* 23 (1983) 43-50.
[19] G. G. KRISHNA-MURTHY, S. P. MEHROTRA y A. GHOSH, *Metall. Trans. B* 19 (1988) 839-850.

Lista de símbolos

r dirección radial de las coordenadas cilíndricas (m)

θ dirección angular de las coordenadas cilíndricas

z dirección axial de las coordenadas cilíndricas (m)

ρ densidad (kg/m^3)

R fracción volumétrica de fase

t tiempo (s)

V vector de velocidades (m/s)

D_t coeficiente de dispersión turbulenta de fase (m^2/s)

τ tensor de esfuerzos (N/m^2)

F_b fuerza boyante (N/kg)

P presión (N/m^2)

F_{fricc} fuerza de fricción o arrastre (N/m^3)

D_{ef} coeficiente de difusión efectiva, $D_{molecular}$ + $D_{turbulenta}$ (m^2/s)

K energía cinética turbulenta (J/kg)

ϵ rapidez de disipación de energía cinética turbulenta (W/kg)

μ viscosidad molecular (Kg/ms)

μ_t viscosidad turbulenta (kg/ms)

μ_{ef} viscosidad efectiva (Kg/ms)

σ_K número de Prandtl para la energía cinética turbulenta (1.0)

σ_ϵ número de Prandtl para la rapidez de disipación energía cinética turbulenta (1.0)

C_1 constante del modelo K-ϵ(1.0)

C_2 constante del modelo K-ϵ (1.0)

C_μ constante del modelo K-ϵ (0.09)

G término fuente en las ecuaciones del modelo de turbulencia K-ϵ (W/kg)

Ra radio del reactor (m)

D diámetro del reactor (m)

H altura del reactor (m)

NT número de tapones

Q_g flujo volumínico de gas (m^3/s)

D_b diámetro del inyector (m)

t_m tiempo de mezcla (s)

$t_{m/10}$ tiempos de mezcla de la ecuación (10)

M masa de líquido (Kg)

V_r componente de la velocidad en dirección r (m/s)

V_θ componente de la velocidad en dirección θ (m/s)

V_z componente de la velocidad en dirección z (m/s)

Subíndices

i fase iésima (gas o líquido)

l fase líquida

g fase gaS